

К ТЕОРИИ САМОПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В ТУННЕЛЬНО-СВЯЗАННЫХ ВОЛНОВОДАХ

А.А. Майер

Найдено простое и удобное для практического использования аналитическое решение задачи о кубично-нелинейном взаимодействии волн в туннельно-связанных оптических волноводах и при брэгговской дифракции в периодических структурах. Показана возможность формирования сверхкоротких импульсов света. Найденное решение позволяет рассчитывать характеристики и прогнозировать работу нового класса оптических приборов и устройств.

Теория самопереключения излучения в туннельно-связанных оптических волноводах (ТСОВ), показатель преломления материала которых линейно зависит от интенсивности излучения, изложена в работах /1-7/ и недавно получила экспериментальное подтверждение /8/. В настоящей работе получено простое аналитическое решение для общего случая подачи излучения на входы обоих волноводов, описывающее также взаимодействие и самопереключение волн при брэгговской дифракции в периодических структурах /9/.

Исходные уравнения для амплитуд полей взаимодействующих волн имеют вид /1/:

$$i\beta_0 \frac{\lambda}{\pi} \frac{dA_0}{dz} + KA_1 \exp(2\piiaz/\lambda) = -\Theta_0 |A_0|^2 A_0, \quad (1)$$

$$i\beta_1 \frac{\lambda}{\pi} \frac{dA_1}{dz} + KA_0 \exp(-2\piiaz/\lambda) = -\Theta_1 |A_1|^2 A_1,$$

где $\Theta_{0,1}$ — коэффициенты нелинейной связи; K — коэффициент туннельной связи; $a = \beta_1 - \beta_0$, $\beta_{0,1}$ — эффективные показатели преломления волноводов.

Уравнения (1) целесообразно записать для действительных амплитуд и фаз ($A_{0,1} = \rho_{0,1} \exp(i\varphi_{0,1})$)

$$\begin{aligned} 2\beta_0 \rho_0 \varphi'_0 &= K\rho_1 \cos \Psi + \Theta_0 \rho_0^3, \\ 2\beta_0 \rho'_0 &= -K\rho_1 \sin \Psi, \\ 2\beta_1 \rho_1 \varphi'_1 &= K\rho_0 \cos \Psi + \Theta_1 \rho_1^3, \\ 2\beta_1 \rho'_1 &= K\rho_0 \sin \Psi, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\Psi = az + \varphi_1 - \varphi_0$. Эти уравнения имеют интегралы:

$$E = \beta_0 I_0 + \beta_1 I_1, \quad \Gamma = K\sqrt{I_0 I_1} \cos \Psi - a\beta_0 I_0 + \Theta_0 I_0^2/4 + \Theta_1 I_1^2/4, \quad (3)$$

где $I_{0,1} = \rho_{0,1}^2$.

Пусть волноводы идентичны $\beta_0 = \beta_1 = \beta$, $a = 0$, $\Theta_0 = \Theta_1 = \Theta$, а начальные условия имеют вид:

$$I_0(z=0) = I_{00}, \quad I_1(z=0) = I_{10}, \quad \Psi(z=0) = \Psi_0.$$

Задача состоит в отыскании $I_{0,1}$ и Ψ на выходе волноводов, т.е. значений:

$$I_0(z=l) = I_{0l}, \quad I_1(z=l) = I_{1l}, \quad \Psi(z=l) = \Psi_l.$$

Из третьего уравнения системы (2) с учетом (3) находим

$$\frac{|\Theta|l}{2\beta} = \int_{I_{10}}^{I_{1l}} dI \left[\left(\frac{E}{2} + \sqrt{D_+} - I \right) \left(I - \frac{E}{2} + \sqrt{D_+} \right) \left[\left(I - \frac{E}{2} \right)^2 - D_- \right] \right]^{-1/2}, \quad (4)$$

где $D_{\pm} = I_{\text{ом}}^2 [(R_0 + R_1)^2 - (1 \mp \sqrt{D})^2 / 4]$; $D = 16R_0R_1 - 8\sqrt{R_0R_1} \text{sign}\Theta \cos\Psi_0 + 1$; $R_0 = I_{00}/I_{\text{ом}}$; $R_1 = I_{10}/I_{\text{ом}}$; $I_{\text{ом}} = 4K/|\Theta|$ — интенсивность самопереключения при подаче излучения на вход одного волновода.

Интегрируя (4) с помощью таблиц /11/, имеем: $L\sqrt[4]{D} = F(\gamma, r)$, где

$$\gamma = 2 \text{arcctg} \left(\frac{E/2 + \sqrt{D_+} - I_{1l}}{I_{1l} - E/2 + \sqrt{D_+}} \right)^{1/2};$$

$$r = [D_+ / (D_+ - D_-)]^{1/2} = 2\sqrt{D_+} / \sqrt[4]{D} I_{\text{ом}};$$

$$r_1 = (1 - r^2)^{1/2} = [D_- / (D_+ - D_-)]^{1/2} = 2|D_-|^{1/2} / \sqrt[4]{D} I_{\text{ом}}.$$

После преобразований находим

$$I_{0,1;l} = (I_{00} + I_{10})/2 \pm \sqrt{D_+} \text{cn}(L\sqrt[4]{D}, r). \quad (5)$$

Решение (5) справедливо во всей области действительных значений r . Однако его достаточно анализировать лишь в области $r < 1$, т.е. при $D_- < 0$. В случае $r > 1$ решение (5) путем стандартного преобразования /10/ целесообразно представить в виде

$$I_{0,1;l} = (I_{00} + I_{10})/2 \pm \sqrt{D_+} \text{dn}(2L\sqrt{D_+}/I_{\text{ом}}, q),$$

где $q = r^{-1} = (D_+ - D_-)^{1/2} / \sqrt{D_+} = I_{\text{ом}} \sqrt[4]{D} / 2\sqrt{D_+}$, $q_1^2 = 1 - q^2 = D_- / D_+$.

Из интегралов (3) получается выражение для

$$\cos\Psi_l = \frac{2}{I_{\text{ом}}} \text{sign}\Theta \sqrt{I_{0l}I_{1l}} + \sqrt{\frac{I_{00}I_{10}}{I_{0l}I_{1l}}} \left(\cos\Psi_0 - \frac{2}{I_{\text{ом}}} \text{sign}\Theta \sqrt{I_{00}I_{10}} \right),$$

где согласно (8)

$$I_{0l}I_{1l} = (R_0 + R_1)^2 \text{sn}^2(L\sqrt[4]{D}, r) + \frac{(1 - \sqrt{D})^2}{4} \text{cn}^2(L\sqrt[4]{D}, r).$$

Анализ формулы (5) аналогичен /3/ и дает те же результаты.

В области $D_- < 0$ и $|D_-| \ll D_+$, т.е. при $r_1^2 \ll 1$ ($r \approx 1$) эллиптические функции аппроксимируются гиперболическими. Применяя для улучшения аппроксимаций преобразование Ландена /11/ и считая $\exp(L\sqrt[4]{D}) \gg 1$, находим

$$I_{0,1;l} = \frac{I_{00} + I_{10}}{2} \pm \sqrt{D_+} \frac{\operatorname{sech}(L\sqrt[4]{D}) [1 - (r_1^2/4) \operatorname{ch}^2(L\sqrt[4]{D})]}{1 + (r_1^2/64) \operatorname{sh}^2(L\sqrt[4]{D})}, \quad (6)$$

где $r_1^2 = |D_-|/D_+$.

В области достаточно малых r_1^2 , таких, что $[r_1^2 \exp(L\sqrt[4]{D})/16]^2 \ll 1$, аппроксимация (6) упрощается, приобретая вид

$$I_{0,1;l} = (I_{00} + I_{10})/2 \mp (D_-/8\sqrt{D_+}) \exp(L\sqrt[4]{D}).$$

Крутизна характеристики самопереключателя оценивается по формуле $\partial I_{0,1;l} / \partial I_{00} \approx \pm (1/8\sqrt{D_+}) \times (\partial D_- / \partial I_{00}) \exp(L\sqrt[4]{D})$. Выполняя операцию дифференцирования, находим

$$\begin{aligned} & \frac{\partial I_{0,1;l}}{\partial I_{00}} = \\ & = \frac{[(4R_1 - \sqrt{R_1/R_0} \operatorname{sign} \Theta \cos \Psi_0) / \sqrt{D} - \sqrt{R_1/R_0} \operatorname{sign} \Theta \cos \Psi_0 - 2(R_0 - R_1)] \exp(\sqrt[4]{D}L)}{16[\sqrt{D} - (1 - 4\sqrt{R_0 R_1} \operatorname{sign} \Theta \cos \Psi_0)]/2 + (R_0 - R_1)^2]^{1/2}} \end{aligned} \quad (7)$$

При $R_0 \gg R_1$ имеем:

$$\partial I_{1,l} / \partial I_{00} = -\partial I_{0,l} / \partial I_{00} \approx (3 - \operatorname{sign} \Theta \cos \Psi_0 / \sqrt{R_0 R_1}) \exp(L) / 8. \quad (8)$$

Из (7) и (8) следуют эффекты самопереключения, гигантского усиления и другие эффекты, предсказанные в [1-3], которые могут найти разнообразные применения [1-5,7]. С помощью эффекта самопереключения можно, в частности, укорачивать и изменять форму сверхкороткого импульса, т.к. при известных начальных условиях и параметрах ТСОВ часть импульса с определенной входной интенсивностью окажется на выходе одного из ТСОВ, а часть импульса с другой, немного отличной (на 1% и менее) интенсивностью — на выходе другого волновода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Майер А. А. Квантовая электроника, 9, 2296 (1982).
2. Майер А. А. Квантовая электроника, 11, 157 (1984).
3. Майер А. А. Известия АН СССР, сер. физ., 48, 1441 (1984).
4. Майер А. А. Квантовая электроника, 12, 1557 (1985).
5. Майер А. А. Препринт ИОФАН № 122, М., 1985.
6. Майер А. А., Сигарский К. Ю. Препринт ИОФАН № 311, М., 1985.
7. Майер А. А. Препринт ИОФАН № 334, М., 1985.
8. Гусовский Д. Д. и др. Квантовая электроника, 12, 2312 (1985).
9. Майер А. А. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 12, 20 (1984).
10. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Наука, 1971, с. 254.
11. Справочник по специальным функциям, М., Наука, 1979, с. 385.

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 23 апреля 1986 г.
После переработки 30 июня 1986 г.