Краткие сообщения по физике № 5-1985 г.

ДВИЖУЩИЕСЯ СОЛИТОНЫ В СВЕРХПРОВОДЯЩИХ И ПАЙЕРЛСОВСКИХ СИСТЕМАХ

С.В. Панюков

УДК 537.312.62

Найдены точные решения типа движущихся солитонов для ряда анизотропных электронных систем. Доказана полная интегрируемость рассматриваемой задачи при произвольных температурах.

Метод обратной задачи рассеяния позволил найти точные солитонные решения для пайерлсовских систем /1/ и анизотропных сверхпроводников /2, 3/. В настоящей работе показано, что задача о движущихся солитонах также допускает точное решение. Рассмотрим металлы с почти плоскими участками поверхности Ферми. Допустим, что поверхность Ферми имеет вид параллелепипеда, и скорость Ферми $\vec{V} = (\pm V_x, \pm V_y, \pm V_z)$. Пайерлсовским системам соответствует предел $\vec{V}_{y,z} \to \infty$, причем условие адиабатичности выполняется только при малой скорости w движения солитонов $w \ll V_x$ /1/. Точное решение для покоящихся доменных стенок и периодической солитонной решетки в рамках рассматриваемой модели найдено в /3/. Для нахождения решений типа движущихся солитонов воспользуемся методом работы /3/, выражая эффективное действие

$$S\left\{\Delta(\vec{x},t)\right\} = -\int d^3x\,dt\,[\Delta(\vec{x},t)]^2/g + S_e\left\{\hat{\Delta}(\vec{x},t)\right\}, \quad \hat{\Delta} = \begin{pmatrix} 0, & \Delta \\ \Delta, & 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

через данные рассеяния /4/ электронной подсистемы. Здесь g — постоянная электрон-фононного взаимодействия; Δ — параметр порядка. Величины данных рассеяния находятся из условия экстремума действия S. Они позволяют восстановить параметр порядка с помощью метода обратной задачи рассеяния /4/.

Равновесное значение Δ определяется экстремумом действия (1), откуда находим

$$\delta S_e\{\Delta\} = \pi N(0)\int d^3x\,dt\,d\omega\,\mathrm{Sp}\,[\delta\hat{\Delta}(\vec{x},t)\,\check{g}(\vec{x},t,t')]\,, \quad \check{g} = \begin{pmatrix} \hat{g}^R, & \hat{g} \\ 0, & \hat{g}^A \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где интегрирование ведется по координатам $\vec{x}$, t и направлению скорости $\vec{V}$: N(0) – плотность состояний на уровне Ферми; $\hat{g}^{R(A)}$ и $\hat{g}$ – проинтегрированные по энергетической переменной квазиклассические функции Грина. Как показано в /3/, они могут быть представлены в виде

$$\check{g}_{\alpha\beta}(\vec{x}, t, t') = \int \frac{d\epsilon}{2\pi} \sum_{\sigma=\pm 1} \check{u}^{+R}_{\sigma\alpha}(t)\, \check{u}_{\sigma\beta}(t') + \check{u}^{+}_{\sigma\alpha}(t)\, \check{u}^{A}_{\sigma\beta}(t'),$$

$$\check{u} = (\hat{u}^R, \hat{u}) \qquad \check{u}^A = (0, \hat{u}^A), \qquad \check{u}^+ = \begin{pmatrix} \hat{u}^+ \\ \hat{u}^{+A} \end{pmatrix}, \qquad \check{u}^{+R} = \begin{pmatrix} \hat{u}^{+R} \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{3}$$

где ϵ – энергетическая переменная, и каждая из функций $\hat{u} = (u, v)$ имеет две компоненты, которые определяются уравнениями

$$\begin{aligned} &[(\vec{V}\nabla) + \partial_t + ih + \gamma^N]\, u^N = -\, i\Delta(\vec{x}, t)\, v^N, \quad \partial_t \equiv \partial/\partial t, \quad N = R, A, \\ &[(\vec{V}\nabla) - \partial_t - ih - \gamma^N]\, v^N = i\Delta(\vec{x}, t)\, u^N, \quad \gamma^R = -\, \gamma^A > 0. \end{aligned} \tag{4}$$

Индекс σ в (3) нумерует решения (4) с данным ϵ, а γ^N описывает затухание квазичастиц. Будем искать решение уравнений (4) в виде

$$\begin{aligned} &\hat{u}^N(\vec{x}, t) \equiv \hat{u}^N(\tau - \beta t)\exp(-\, i\tilde{\epsilon}\, t), \quad \tau = x/V_x + y/V_y + z/V_z, \\ &\Delta(\vec{x}, t) \equiv \Delta(\tau - \beta t), \quad \beta = w/\tilde{V}, \quad \tilde{V}^{-2} = V_x^{-2} + V_y^{-2} + V_z^{-2}. \end{aligned} \tag{5}$$

Подставляя (5) в (4), находим уравнение для функций $\hat{u}^{R(A)}(\tau)$:

$$\begin{aligned} &[i(s-\beta)\partial_\tau + \tilde{\epsilon} - h]\, u^N(\tau) = \Delta(\tau)v^N(\tau), \quad \tilde{\epsilon} = \epsilon - \beta\sigma p, \\ &[-i(s+\beta)\partial_\tau + \tilde{\epsilon} - h]\, v^N(\tau) = \Delta(\tau)u^N(\tau), \quad p^2 = (\epsilon - h)^2 - \bar{\Delta}^2. \end{aligned} \tag{6}$$

Здесь $s = \pm 1$ определяется направлением вектора $\vec{V}$, а функции $\hat{u}$, $\hat{u}^+$ равны /3/:

$$\begin{aligned} &\hat{u}(\tau) = \int d\tau' \hat{u}^R(\tau')\, n(\tau' - \tau), \quad \hat{u}^+(\tau) = -\int d\tau' n(\tau - \tau')\, \hat{u}^{+A}(\tau'), \\ &n(\tau) = \int (d\omega)/2\pi)\exp(i\omega\tau)\,\mathrm{th}\,[(\tilde{\epsilon} + \beta\omega)/2T]. \end{aligned} \tag{7}$$

Уравнения (6) имеют первый интеграл

$$\sigma[(1 - s\beta)u^{+N}_\sigma u^N_\sigma + (1 + s\beta)v^{+N}_\sigma v^N_\sigma] \equiv K(\epsilon) = 1 - \sigma\beta\epsilon/\sqrt{\epsilon^2 - \bar{\Delta}^2}, \tag{8}$$

где константа $K(\epsilon)$ определена для солитонных решений с $h = 0$, когда $|\Delta(\tau)| \to \bar{\Delta}$ при $|\tau| \to \infty$.

Найдем действие S. Для этого рассмотрим величину $\partial_\tau(\hat{u}^{+R}_\alpha \hat{u}_\alpha + \hat{u}^{+}_\alpha \hat{u}^{A}_\alpha)$ с функциями u^A, u^R, определенными уравнениями (6) с заменой $\Delta \to \Delta \pm \delta\Delta$ соответственно. Воспользовавшись соотношениями (6) – (8) и интегрируя по τ и направлению скорости $\vec{V}$, в первом порядке по $\delta\Delta$ находим

$$\int_0^{\tau_0} d\tau \int do \mathrm{Sp}\,[\delta\hat{\Delta}\hat{g}] = \mathrm{Re}\int \frac{d\epsilon}{\pi} K(\epsilon)\,\mathrm{th}\,\frac{\epsilon}{2T}\left[\delta\lambda\tau_0 - \frac{i}{\sqrt{1-\beta^2}}\int_0^{\tau_0} d\tau\delta\chi(\tau)\right], \quad (9)$$

где $\tau_0 = L/\tilde{V}$; L – размер системы, а решение (6) представлено в виде

$$u(\tau) = \exp\left[i\lambda\tau + \int_0^{\tau} d\tau\chi(\tau)/\sqrt{1-\beta^2}\right]. \quad (10)$$

Соотношение (9) позволяет восстановить функционал $S_e\{\Delta\}$ (1):

$$S_e\{\Delta\} = N(0)\,\mathrm{Re}\int d\tilde{\epsilon}\,\mathrm{th}\,\frac{\epsilon}{2T}\left[\lambda - i(1-\beta^2)^{-1/2}\int_0^{\tau_0} d\tau\chi(\tau)/\tau_0\right]. \quad (11)$$

Подставляя (10) в (6) и исключая $v(\tau)$, находим при $\lambda = \tilde{\epsilon}/(s-\beta)$

$$\chi^2(\tau) + \sqrt{1-\beta^2}\,\Delta(\tau)\frac{d}{d\tau}\left[\frac{\chi(\tau)}{\Delta(\tau)}\right] + \frac{2is\tilde{\epsilon}}{\sqrt{1-\beta^2}}\chi(\tau) = \Delta^2(\tau). \quad (12)$$

Интегрируя (12) по τ при $\tilde{\epsilon} \to \infty$ и используя (11), находим, что действие (1) выражается только через данные рассеяния $u(\tau_0)/u(0)$ волновой функции $u(\tau)$. Тем самым мы доказали полную интегрируемость рассматриваемой задачи. Для нахождения солитонных решений достаточно заметить, что уравнение (12), определяющее функцию $\chi(\tau)$, имеет тот же вид, что и для покоящегося солитона ($w = 0$) при замене $\tau \to \tau(1-\beta^2)^{-1/2}$ и $\tilde{\epsilon} \to \epsilon(1-\beta^2)^{1/2}$.

Используя найденное в /3/ решение с $w = 0$, находим параметр порядка для одиночной доменной стенки (13) и заряженного полярона (14)

$$\Delta(\vec{x}, t) = \bar{\Delta}(T)\,\mathrm{th}\left[\bar{\Delta}(T)(\tau - \beta t)/\sqrt{1-\beta^2}\right], \quad (13)$$

$$\Delta(\vec{x}, t) = \bar{\Delta}\left\{1 - \left[2^{-1/2}\,\mathrm{ch}\left(2^{1/2}\bar{\Delta}(\tau-\beta t)/\sqrt{1-\beta^2}\right) + 1\right]^{-1}\right\},\ T = 0, \quad (14)$$

где $\overline{\Delta}$ (T) – величина параметра порядка при температуре T вдали от центра солитона. Как следует из (13), ширина доменной стенки для движущегося солитона уменьшается, а величина $\widetilde{V}$ (5) определяет максимальную скорость движения солитонов. Поверхностная энергия E доменной стенки находится с помощью преобразования Лежандра действия S. Она принимает наиболее простой вид при T = 0:

$$E(w) = M(1-\beta^2)^{-1/2}, \quad M = 2N(0)\overline{\Delta}\widetilde{V}, \tag{15}$$

где M имеет смысл "массы покоя" солитона. При $h > h_c$ основному состоянию системы соответствует периодическая солитонная решетка /2/.

Доказанная выше полная интегрируемость позволяет также найти точное решение типа движущейся солитонной решетки, которое реализуется в отсутствие ее пининга на дефектах структуры.

Поступила в редакцию 14 марта 1985 г

ЛИТЕРАТУРА

1. Бразовский С.А., Кирова Н.Н. Письма в ЖЭТФ, 33, 6 (1981); Brasovsky S., Kirova N. Preprint 81/5, Nordisk Inst. for Teor. Atomphysik, Danmark, 1981.
2. Буздин А.И., Тугушев В.В. ЖЭТФ, 85, 735 (1983).
3. Панюков С.В. Препринт ФИАН № 254, М., 1983.
4. Захаров В.Е. и др. Теория солитонов. Метод обратной задачи рассеяния. М., Наука, 1980.