Краткие сообщения по физике № 6-1985 г.

ДЛИНА СТАЦИОНАРНОСТИ В ЗАДАЧАХ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЧАСТИЧНО-КОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

С.Г. Кривошлыков, Н.И. Петров, И.Н. Сисакян

УДК 535.31:535.8:621.373.826

На основании аналогии между квантовомеханической матрицей плотности и корреляционной функцией распространяющихся в волноводах полей исследуется длина стационарности частично-когерентного излучения. На примере распространения пучка с гауссовой корреляционной функцией в среде с параболическим профилем показателя преломления иллюстрируется ее физический смысл.

В работе /1/ обращалось внимание на возможность использования аналога соотношения неопределенности энергия – время Тамма – Мандельштама при исследовании распространения оптических полей в слабонеоднородных средах. Был введен продольный масштаб (длина стационарности), характеризующий расстояние, на котором изменение средних значений параметров пучка излучения еще не превышает их дисперсий и подробно исследована длина стационарности гауссова пучка в средах с параболическим профилем показателя преломления. В настоящей работе на основании аналогии между квантовомеханической матрицей плотности и корреляционной функцией распространяющихся в волноводах полей /2/ исследуется длина стационарности частично-когерентного излучения.

Как показано в /2/, оператор $\hat{\Gamma}$, матричные элементы которого в координатном представлении задают корреляционную функцию $\Gamma(\vec{x}, \vec{x}'; \xi) = \langle\vec{x}|\hat{\Gamma}|\vec{x}'\rangle$, удовлетворяет уравнению, аналогичному уравнению Лиувилля для матрицы плотности. Следуя работам /1, 3, 4/, для частично-когерентного излучения в неоднородной среде, описываемого корреляционной функцией Γ и нестационарным гамильтонианом H, введем зависящий от продольной переменной ξ параметр

$$\frac{1}{Z^2(\xi)} = \frac{\mathrm{Sp}(\Gamma\dot{\Gamma}^2)}{(\mathrm{Sp}\Gamma)^3} - \frac{\mathrm{Sp}^2(\Gamma\dot{\Gamma})}{(\mathrm{Sp}^2\Gamma)^3} \equiv \frac{\mathrm{Sp}(\Gamma\mathring{\Gamma}^2)}{\mathrm{Sp}^3\Gamma} . \tag{1}$$

Для длины стационарности $Z(\xi)$ и величины

$$\langle(\Delta H)^2\rangle = Sp(\Gamma H^2)/Sp\Gamma - Sp^2\Gamma H/Sp^2\Gamma$$

выполняется соотношение неопределенности типа соотношения энергия – время Тамма – Мандельштама

$$\langle(\Delta H)^2\rangle Z^2(\xi) \geqslant 1/k^2. \qquad (2)$$

Неравенство (2) является прямым следствием параксиального волнового уравнения для классической корреляционной функции $\Gamma(\vec{x}, \vec{x}'; \xi)$ /2/. В продольно-однородной среде соотношение (2) можно обобщить на случай распространения непараксиального пучка

$$\langle(\Delta\beta)^2\rangle Z^2 \geqslant 1, \qquad (3)$$

где

$$\langle(\Delta\beta)^2\rangle = Sp\Gamma\beta^2/Sp\Gamma - Sp^2\Gamma\beta/Sp^2\Gamma, \quad Z^{-2} = Sp(\Gamma\dot{\Gamma}^2)/Sp^3\Gamma.$$

Физический смысл соотношения неопределенности (3) состоит в том, что оно связывает разброс в постоянных распространения $\langle(\Delta\beta)^2\rangle$ излучения, описываемого корреляционной функцией Γ, с длиной стационарности Z, задающей максимальное расстояние $L\,(L \leqslant Z)$ вдоль продольной оси, на котором параметры такого излучения существенно не изменяются. В параксиальном приближении длина стационарности совпадает с расстоянием, на котором центр пучка сместится в фазовой плоскости на расстояние, равное его ширине.

В качестве примера вычислим длину стационарности частично-когерентного пучка излучения с гауссовой корреляционной функцией (см., напр., /5, 6/):

$$\Gamma(x, x'; r_0) = I_0 \exp\left[-\frac{x^2 + x'^2}{a^2} - \frac{(x - x')^2}{r_0^2} - \frac{i}{2}\,a_0\,(x'^2 - x^2)\right], \qquad (4)$$

где a – радиус пучка; r_0 – радиус корреляции; a_0 – параметр, задающий радиус кривизны волнового фронта пучка, в продольно-однородной среде с параболическим профилем показателя преломления $n^2(x) = n^2(0) - \omega^2 x^2$, где ω – градиентный параметр. Для длины стационарности излучения (4) при $a_0 = 0$ получаем выражение:

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{2\sqrt{2}\,\Theta}{p^{5/2}Q^{1/2}a^3}\left[\frac{3}{4}\ \frac{P}{pr_0^4Q^2}\left(\frac{P^2}{p^{5/2}} + \frac{1}{P^{1/2}}\right) + \right.$$

$$+ \frac{3}{4}\ \frac{A}{pP^{1/2}Q^2r_0^4}\left(1 - \frac{2}{p^2r_0^4}\right)\left(1 + \frac{P}{p}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{p^2r_0^4}\right) \times$$

$$\times\left(\frac{P}{2p^{1/2}Q} + \frac{3P - 2Q}{2r_0^4p^{3/2}Q^2} + \frac{p}{2P^{1/2}Q}\right) - \frac{3A}{r_0^4p^2P^{1/2}Q} - \tag{5}$$

$$\left. - \frac{3}{4P^{1/2}} - \frac{p^{1/2}(3P - 2Q)}{4Q^2}\right],$$

где $\Theta = (1/a^4) + (2/a^2r_0^2) - k^2\omega^2/4$; $p = 2(a^{-2} + r_0^{-2})$; $P = p - 1/r_0^4p$; $Q = P - A^2/4P$; $A = (2/r_0^2)(1 + 1/r_0^2p)$.

При $r_0 \to \infty$ (полностью когерентный источник) длина стационарности равна:

$$Z^{-2} = (a^4/2k^2)(k^2\omega^2/4 - 1/a^4)^2. \tag{6}$$

Из (6) следует, что при $a^2 = 2/k\omega$ длина стационарности Z равна бесконечности. В случае частично-когерентного источника условие обращения Z в бесконечность имеет вид /5/:

$$k^2\omega^2/4 = 1/a^4 + 2/a^2r_0^2. \tag{7}$$

Таким образом, длина стационарности частично-когерентного излучения равна бесконечности только для пучков, ширины которых больше ширины основной моды волновода $w_0 = \sqrt{2/k\omega}$. В противном случае она принимает лишь конечные значения. Кроме того, чем меньше степень когерентности излучения, тем больше значение ширины пучка, при котором длина стационарности обращается в бесконечность.

Разброс в постоянных распространения в параксиальном приближении ($\beta_0 = kn_0(1 - H/n_0^2)$) имеет вид:

$$\langle(\Delta\beta)^2\rangle = \frac{\gamma}{(1-\gamma)^2 - 4|\eta|^2} + \frac{8|\eta|^2}{[(1-\gamma)^2 - 4|\eta|^2]^2}, \tag{8}$$

где $\gamma = \dfrac{k\omega}{r_0^2\,(|\kappa|^2 - 1/r_0^4)}$; $\eta = \dfrac{1}{2} - \dfrac{k\omega}{2}\,\dfrac{\kappa}{|\kappa|^2 - 1/r_0^4}$; $\kappa = \dfrac{k\omega}{2} +$

$$+ \frac{1}{a^2} + \frac{1}{r_0^2} - \frac{i\alpha_0}{2}.$$

Произведение $\langle(\Delta\beta)^2\rangle Z^2$ возрастает с уменьшением степени когерентности излучения и соотношение (2) превращается в равенство в случае полностью когерентного излучения ($r_0 \to \infty$).

В случае продольно-неоднородной среды, следуя работе /1/, можно написать неравенство $\delta\beta(\xi) \geqslant 1/Z(\xi)$, задающее длину продольно-неоднородного участка среды L, на котором изменение среднего значения постоянных распространения $\delta\beta(\xi) = \beta(\xi) - \beta_0$ еще не превышает их дисперсии. Поскольку длина стационарности зависит от радиуса корреляции r_0, то длины продольно-неоднородных участков среды, несущественно изменяющих параметры частично-когерентного излучения, также будут зависеть от степени когерентности излучения.

Поступила в редакцию 27 марта 1985 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кривошлыков С.Г., Сисакян И.Н. ЖЭТФ, 88, в. 2, 342 (1985).
2. Кривошлыков С.Г., Петров Н.И., Сисакян И.Н. Препринт ИОФАН № 10, М., 1985.
3. Eberly I.H., Singh L.P.S. Phys. Rev., D 7, 359 (1973).
4. Малкин И.А., Манько В.И. Динамические симметрии и когерентные состояния квантовых систем. М., Наука, 1979.
5. Кривошлыков С.Г., Петров Н.И., Сисакян И.Н. Квантовая электроника, 12, 501 (1985).
6. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М., Наука, 1981.