Краткие сообщения по физике № 6-1985 г.

КОРОТКОВОЛНОВАЯ ИОННО-ЗВУКОВАЯ ТУРБУЛЕНТНОСТЬ (ИЗТ) И АНОМАЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС В ПЛАЗМЕ

В.П. Силин

УДК 533.951

Для малых турбулентных чисел Кнудсена предложены две допускающие аналитическое описание ИЗТ аппроксимации, описывающие коротковолновые пульсации и позволяющие сделать необходимое уточнение коэффициентов аномального переноса.

Основной вклад в коэффициенты аномального переноса при ИЗТ вносят пульсации с длиной волны порядка электронного дебаевского радиуса r_{De}. В то же время первоначальная формулировка теории ИЗТ /1/ (см. также /2, 3/) относилась только к пульсациям с длиной волны больше r_{De}. Дальнейший шаг был сделан в работе /4/, в которой было показано, что последовательное описание коротковолновых турбулентных пульсаций приводит к численному увеличению $\sim \sqrt{2}$ интенсивности пульсаций и эффективной частоты столкновений. Это относится только к случаю больших турбулентных чисел Кнудсена. В настоящей работе обсуждается роль коротковолновых турбулентных пульсаций для небольших турбулентных чисел Кнудсена:

$$K_N = \frac{\nu_0}{\nu_N} = \frac{3\pi\omega_{Le}^2 r_{Di}^2}{\omega_{Li}^2 r_{De}} \left| \frac{e\vec{E}}{\kappa T_e} - \vec{\nabla}\ln(n_e T_e)\right| < 1, \tag{1}$$

где $\omega_{Le(i)}$; $r_{De(i)}$ – ленгмюровская частота и дебаевский радиус электронов (e) и ионов (i); e, T_e, n_e – заряд, температура и плотность числа электронов; $\vec{E}$ – напряженность электрического поля; $\nu_N = (\omega_{Li}/\sqrt{8\pi})(r_{De}/r_{Di})^2$.

В качестве исходного используем уравнение, определяющее число ионно-звуковых квантов $N(k, \cos\Theta)$ /1/:

$$\frac{2}{\pi}\int\limits_0^{\sin\theta_\kappa} \frac{d(\cos\Theta_V)}{\sqrt{\sin^2\Theta_\kappa - \cos^2\Theta_V}} \; \frac{\nu_0 + [\nu_1(\sin\Theta_V)/\sin\Theta_V]}{\nu_{st}(v_{Te}) + \nu_2(\sin\Theta_V)} =$$

$$= \frac{1}{\cos\Theta_\kappa}\,\frac{\omega_s(k)}{kv_s}\left\{1+\delta(k)-\frac{v_{Ti}^4 r_{De}^2 k^2}{\gamma_s(k)\,r_{Di}^2(\partial\omega_s/\partial k)}\right.\times \tag{2}$$

$$\left.\times\frac{\partial}{\partial k}\left[\frac{k^4}{(\partial\omega_s(k)/\partial k)}\int_0^1 d(\cos\Theta'_\kappa)\,Q(\sin\Theta_\kappa,\cos\Theta'_\kappa)\,\frac{N(k,\cos\Theta'_\kappa)}{4\pi n_e\kappa T_e}\right]\right\},$$

где $\delta(k)$ – отношение декремента затухания ионно-звуковых волн на ионах к декременту затухания на электронах, распределение которых является максвелловским; $Q(x,y) = y^2 - y^4 + (1/2)x^2(1-9y^2+10y^4) + (1/8)x^4 \times \times(-3+30y^2-35y^4)$; v_s – скорость звука; $\omega_s(k) = kv_s[1+k^2r_{De}^2]^{-1/2}$; $\nu_{st}(v) = 2\pi Ze^4 n_e\Lambda m_e^{-2}\,v^{-3}$ – частота столкновений электронов; $v_{Te} = \sqrt{\kappa T_e/m_e}$ – тепловая скорость электронов;

$$\nu_n(\sin\Theta_v) = \int_0^\infty \frac{dkk^3}{4\pi^2}\left(\frac{\omega_s}{kv_s}\right)^{4-n}\int_{-\sin\Theta_v}^{+\sin\Theta_v}\frac{d(\cos\Theta_\kappa)\,\omega_s(k)\,N(k,\cos\Theta_\kappa)}{\sqrt{\sin^2\Theta_v-\cos^2\Theta_\kappa}\;n_e m_e r_{De}\omega_{Le}}\times \tag{3}$$

$$\times\left(\frac{\cos\Theta_\kappa}{\sin\Theta_v}\right)^n$$

Уравнение (2) записано в области $k_{min} < k < k_{max} \approx k_0$, причем k_{min} определяется ионными столкновениями, а k_0 – соотношением

$$k_0^2 r_{De}^2 = (r_{De}^2/r_{Di}^2)\,[\ln(\omega_{Le}^2 r_{De}^6/\omega_{Li}^2 r_{Di}^6) - 3]^{-1} \equiv 2l, \tag{4}$$

что позволяет вместо $\delta(k)$ использовать $\delta(0)$.

Обсудим следствия приближенных решений уравнения (2). Для этого рассмотрим точно решаемые уравнения, аппроксимирующие (2). В качестве первой аппроксимации используем такую, в которой множитель $(\omega_s(k)/kv_s)$ в правой части (2) принимается равным единице. Тогда интегральное уравнение допускает решение в форме разделения переменных $N(k,\cos\Theta) = N(k)\,\Phi(\cos\Theta)$. При этом

$$N(k) = \frac{2^{1/2}\pi^{3/2}n_e\kappa T_e r_{De}^5\,[\widetilde{F}(kr_{De}) - \widetilde{F}(k_{max}r_{De})]}{\omega_{Le}r^2_{Di}(kr_{De})^4[1+(kr_{De})^2]^{3/2}}, \tag{5}$$

где

$$F(x) = \ln \frac{1+\sqrt{1+x^2}}{x} - \frac{1}{(1+x^2)^{1/2}} - \frac{1}{3(1+x^2)^{3/2}} - \frac{1}{5(1+x^2)^{5/2}}\,.$$

Соответственно для угловой функции получаем:

$$\Phi(x) = (1/\widetilde{\lambda}_1)\,\Phi_0(x, \Delta_{ef}), \tag{6}$$

$$\Delta_{ef} = (\widetilde{\lambda}_2/\widetilde{\lambda}_1)(1+\Delta) - 1, \tag{7}$$

а Δ и Φ_0 определены согласно /1/: $\Delta = \delta(0) + \epsilon$, где $\epsilon = (8K_N/3\pi)\ln K_N^{-1}$; $\Phi_0(x, \Delta) = (4K_N/3\pi x)(d/dx)[x(x^2 - x_0^2)(1 - x + \Delta)^{-1}]$; $x_0^2 = [1 + \delta(0)] \times \nu_{st}(v_{Te})/\nu_0$, а постоянные $\widetilde{\lambda}_n \equiv \widetilde{\lambda}_n(k_{max} r_{De})$ определены соотношением

$$\widetilde{\lambda}_n(z) = \int_0^z dx\,(1+x^2)^{-4+n/2}\,[\widetilde{F}(x) - \widetilde{F}(z)]\,. \tag{8}$$

Формулы (5) – (8) позволяют записать следующие выражения для плотности электрического тока $\vec{j}$ и для плотности электронного потока тепла $\vec{q}$:

$$\vec{j} = (\widetilde{\lambda}_1/\widetilde{\lambda}_2)\, e n_e v_s [\vec{n}\,\alpha_j(\Delta_{ef}) - \beta_{j\|}(\Delta_{ef})(\vec{\nabla}_{\|}\ln T_e)/R - \beta_{j\perp}(\Delta_{ef})(\vec{\nabla}_{\perp}\ln T_e)/R], \tag{9}$$

$$\vec{q} = (\widetilde{\lambda}_1/\widetilde{\lambda}_2)\, n_e \kappa T_e v_s [\vec{n}\,\alpha_q(\Delta_{ef}) - \beta_{q\|}(\Delta_{ef})(\vec{\nabla}_{\|}\ln T_e)/R - \beta_{q\perp}(\Delta_{ef})(\vec{\nabla}_{\perp}\ln T_e)/R]. \tag{10}$$

Здесь $\vec{R} = (e\vec{E}/\kappa T_e) - \vec{\nabla}\ln(n_e T_e)$; $\vec{n} = \vec{R}/R$; $\vec{\nabla}_{\|} = \vec{n}(\vec{n}\,\vec{\nabla})$; $\vec{\nabla}_{\perp} = -[\vec{n}[\vec{n}\,\vec{\nabla}]]$; $\beta_{j\|(\perp)}(\Delta) = (24/\pi)\beta_{\|(\perp)}(\Delta)$, $\beta_{q\|(\perp)}(\Delta) = (160/\pi)\beta_{\|(\perp)}(\Delta)$, где величины $\alpha_j(\Delta)$, $\alpha_q(\Delta)$, $\beta_{\|}(\Delta)$ и $\beta_{\perp}(\Delta)$ даны в /1, 2/.

Значения величин (8) приведены в табл. 1. Отношение $\widetilde{\lambda}_2/\widetilde{\lambda}_1$ отличается от единицы не больше чем на 2%, поэтому этим отличием можно пренебречь как в (9), (10), так и в (7) для не слишком большой неизотермичности и не слишком близко к порогу ионно-звуковой неустойчивости, т.е. аномальные потоки (9) и (10) оказываются совпадающими с приведенными в /1, 2/. В то же время интенсивность ионно-звуковых пульсаций (в том числе и в длинноволновой области) возрастает в $\widetilde{\lambda}_1^{-1}$ раз по сравнению со спектром работ /1, 2/.

Т а б л и ц а 1

Значения постоянных λ_n *и* $\tilde{\lambda}_n$

z	$\tilde{\lambda}_1$	$\tilde{\lambda}_2$	λ_1	λ_2
0,1	0,0985	0,0985	0,0986	0,0987
0,3	0,2637	0,2648	0,2672	0,2684
0,5	0,3652	0,3685	0,3762	0,3798
1,0	0,4427	0,4498	0,4699	0,4780
1,5	0,4520	0,4599	0,4842	0,4936
2,0	0,4533	0,4613	0,4868	0,4964
2,5	0,4536	0,4616	0,4874	0,4970
∞	0,4536	0,4617	0,4876	0,4973

Остановимся теперь на частоте релаксации температуры ν_T, для которой согласно /1/ имеем:

$$\nu_T = \frac{A\omega^3_{Li} r^2_{De}}{6\omega^2_{Le} r^2_{Di}}, \quad A = \frac{4K_N}{3\pi} \left[(1+\Delta)^2 \ln \frac{1+\Delta}{\Delta} - (1+\Delta) - \frac{1}{2} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\Delta} \right] \left[\delta(0) + \frac{16K_N}{3\pi\tilde{\lambda}_1} \ln \frac{1}{\Delta} \right]. \tag{11}$$

Из выражения (11) следует, что при малых $\delta(0)$ частота ν_T возрастает в $\tilde{\lambda}_1^{-1}$ раз по сравнению с результатом теории /1, 2/.

Для того, чтобы продемонстрировать нечувствительность получаемых результатов к аппроксимациям уравнения (2), допускающим аналитическое описание коротковолновых пульсаций, в следующей аппроксимации примем

$$(\omega_s(k)/kv_s)\,[1 + \delta(k)] \equiv 1 + \bar{\delta}(k).$$

При этом в области турбулентности $\delta(k)$ предполагается постоянной, а значение $k_{max} \approx k_0$ определяется областью быстрого роста $\delta(k)$. Тогда снова интегральное уравнение допускает решение в форме разделения переменных. При этом в формуле (5) вместо $\tilde{F}(x)$ следует использовать

$$F(x) = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + x^2}{x^2} - \frac{1}{2(1 + x^2)} - \frac{1}{4(1 + x^2)^2},$$

а в формулах (6), (7), (9), (10), (11) вместо $\tilde{\lambda}_n$ следует использовать λ_n, которые определяются формулой (8) с заменой $\tilde{F}(x)$ на $F(x)$. Величины λ_n приведены в табл. 1, из которой видно, что λ_2/λ_1 отличается от единицы не более чем на 2%, а λ_1 и $\tilde{\lambda}_1$ приближенно совпадают. Это означает, что вторая аппроксимация дает те же результаты, что и первая. В заключение отметим, что вторая аппроксимация в пределе $K_N \gg 1$ отвечает решению уравнения для турбулентных пульсаций, полученному в работе /4/.

Поступила в редакцию 22 апреля 1985 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Быченков В.Ю., Силин В.П. ЖЭТФ, 82, в. 6, 1886 (1982).
2. Быченков В.Ю., Градов О.М., Силин В.П. ЖЭТФ, 83, в. 6(12), 2073 (1982).
3. Быченков В.Ю., Градов О.М., Силин В.П. Физика плазмы, **10**, в. 1, 33 (1984).
4. Быченков В.Ю., Силин В.П., Урюпин С.А. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 3, 27 (1983).