

УДК 537.312.62

## К НЕЛОКАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ВАХ СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО СЭНДВИЧА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А. С. Малишевский, К. Н. Овчинников, В. П. Силин, С. А. Урюпин

*Основываясь на нелокальной электродинамике джозефсоновских переходов, которая необходима для теории ВАХ в достаточно сильных магнитных полях, установлено замедление роста резонансного напряжения максимума ВАХ с ростом магнитного поля.*

Исследования вольт-амперных характеристик (ВАХ) джозефсоновских переходов в магнитном поле привлекают внимание много лет [1 – 4]. Первые теоретические и экспериментальные исследования в этом направлении выполнены еще в шестидесятые годы [1, 2]. Одной из наиболее ярких особенностей ВАХ, установленной в работе [1], является наличие пика выпрямленного джозефсоновского тока. Максимум тока достигается тогда, когда фазовая скорость возникающей под воздействием магнитного поля и напряжения и бегущей вдоль перехода волны джозефсоновского тока совпадает с фазовой скоростью волны Свихарта. Теория этого явления, использующая локальную пространственную связь магнитного поля с градиентом разности фаз волновых функций куперовских пар, дает адекватное описание эксперимента в диапазоне сравнительно слабых магнитных полей, когда обусловленный магнитным полем масштаб возмущений джозефсоновского тока значительно превышает лондоновскую длину. По мере увеличения магнитного поля размер возмущений джозефсоновского тока убывает и может оказаться меньшим лондоновской длины. В столь сильных магнитных полях теория ВАХ должна строиться на основе нелокальной электродинамики, учитывающей нелокальную связь магнитного поля в переходе с градиентом разности фаз [5, 6]. Заметим, что указание на необходимость разработки теории ВАХ в сильном магнитном поле содержится уже в работе [1], где выявлено расхождение экспериментальных данных и предсказаний локальной электродинамики.

Теория ВАХ джозефсоновского перехода в магнитном поле, использующая представления нелокальной электродинамики, излагается в настоящем сообщении. Основу дальнейшего рассмотрения составляет система уравнений, связывающих изменение разности фаз волновых функций с напряжением на переходе и магнитным полем в нем. При этом магнитное поле связано интегральным соотношением с производной разности фаз во всех точках перехода, что характерно для нелокальной электродинамики. Эти уравнения позволяют описать основное состояние, которое характеризуется бегущей вдоль перехода волной джозефсоновского тока. Джозефсоновский ток через возмущение электромагнитных полей вызывает дополнительное изменение разности фаз. Исходя из решения интегрального уравнения для поправки к разности фаз, найдена плотность выпрямленного тока через переход и изучена его зависимость от напряжения и от величины магнитного поля. Показано, что учет нелокальной связи магнитного поля с разностью фаз приводит к уменьшению резонансного напряжения, при котором ВАХ имеет острый максимум. Получена зависимость резонансного напряжения от величины магнитного поля. В достаточно сильных полях рост резонансного напряжения с увеличением поля оказывается более слабым, чем следует из локальной теории, что соответствует данным эксперимента [1].

Рассмотрим джозефсоновский переход между двумя сверхпроводящими электродами конечной толщины  $L$ . Примем, что туннелирование куперовских пар осуществляется через несверхпроводящий слой, занимающий область пространства  $-d < x < d$ . Будем считать, что к электродам приложено постоянное напряжение  $V$ , а магнитное поле внутри перехода равно  $\mathbf{H} = (0, H, 0)$ . Напряжение  $V$  определяет изменение разности фаз во времени

$$\frac{\partial}{\partial t} \varphi(z, t) = \frac{2\pi c}{\phi_0} V, \quad (1)$$

где  $\phi_0 = \pi \hbar c / e$  – квант магнитного потока,  $-e$  – заряд электрона,  $c$  – скорость света,  $\hbar$  – постоянная Планка. В свою очередь магнитное поле в переходе связано с производной разности фаз волновых функций  $\varphi(z, t)$  интегральным соотношением [5, 7, 8]

$$H = -\frac{\phi_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dz' Q(z - z') \frac{\partial}{\partial z'} \varphi(z', t), \quad (2)$$

где ядро нелокальной связи имеет вид

$$Q(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \exp(ikz) \frac{\text{th}(L\sqrt{k^2 + \lambda^{-2}})}{2\lambda\sqrt{1 + k^2\lambda^2}}, \quad (3)$$

$\lambda$  – лондоновская глубина проникновения магнитного поля в электроды.

Из (1) – (3) следует, что напряжение на электродах и магнитное поле в переходе создают бегущую вдоль оси Oz разность фаз

$$\varphi_0(z, t) = \omega_0 t - k_0 z, \quad (4)$$

где волновое число  $k_0$  и частота  $\omega_0$  даются соотношениями

$$k_0 = 4\pi\lambda(H/\phi_0)\text{cth}(L/\lambda), \quad (5)$$

$$\omega_0 = 2\pi cV/\phi_0. \quad (6)$$

Наличие разности фаз (4) приводит к появлению волны тока Джозефсона

$$j_c \sin\varphi_0(z, t) = j_c \sin(\omega_0 t - k_0 z), \quad (7)$$

бегущей вдоль перехода,  $j_c$  – критическая плотность тока. Ток (7) приводит к возмущению электромагнитного поля в переходе и, согласно соотношениям (1), (2), порождает дополнительное изменение разности фаз. Найдем это изменение, учитывая влияние тока (7) на  $\varphi(z, t)$  по теории возмущений. В пренебрежении джозефсоновским током разность фаз описывается выражением (4). Следуя работам [1, 3], для отыскания обусловленной током (7) поправки  $\delta\varphi(z, t)$  к функции  $\varphi_0(z, t)$  воспользуемся уравнением

$$2\lambda v_s^2 \frac{\partial}{\partial z} \int_{-\infty}^{\infty} dz' Q(z - z') \frac{\partial}{\partial z'} \delta\varphi(z', t) - \beta \frac{\partial}{\partial t} \delta\varphi(z, t) - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \delta\varphi(z, t) = \omega_j^2 \sin\varphi_0(z, t). \quad (8)$$

Здесь  $v_s = \omega_j \lambda_j$ ,  $\beta = 4\pi\sigma/\epsilon$ ,  $\sigma$  и  $\epsilon$  – проводимость и диэлектрическая проницаемость перехода,

$$\omega_j = 4\pi \sqrt{cdj_c/\epsilon\phi_0} \quad (9)$$

– джозефсоновская частота, а  $\lambda_j = \sqrt{c\phi_0/\lambda j_c}/4\pi$  – джозефсоновская длина. Решение уравнения (8) имеет вид

$$\delta\varphi(z, t) = \{[\omega_0^2 - 2\lambda k_0^2 v_s^2 Q(k_0)] \sin\varphi_0(z, t) + \beta\omega_0 \cos\varphi_0(z, t)\} \omega_j^2 \{\beta^2 \omega_0^2 + [\omega_0^2 - 2\lambda k_0^2 v_s^2 Q(k_0)]^2\}^{-1}, \quad (10)$$

где  $Q(k_0)$  – фурье-образ ядра  $Q(z)$  (3),

$$Q(k_0) = \text{th}(L\sqrt{k_0^2 + \lambda^{-2}})/2\lambda\sqrt{1 + k_0^2\lambda^2}.$$

Заметим, что равенство

$$\omega_0 = k_0 v_s \sqrt{2\lambda Q(k_0)} \quad (11)$$

определяет спектр обобщенных волн Свихарта в сверхпроводящем сэндвиче в той области волновых чисел, где джозефсоновская частота  $\omega_j$  мала по сравнению с  $\omega_0$  (см. [7-9]). Выражения (4), (10) для разности фаз волновых функций позволяют найти плотность тока через переход

$$j \simeq j_c \sin \varphi_0(z, t) + j_c \delta \varphi(z, t) \cos \varphi_0(z, t) + \frac{\sigma \phi_0}{4\pi c d} \frac{\partial}{\partial t} [\varphi_0(z, t) + \delta \varphi(z, t)] + \frac{\epsilon \phi_0}{16\pi^2 c d} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \delta \varphi(z, t). \quad (12)$$

Усредняя выражение (12) по времени, получим плотность выпрямленного тока

$$\bar{j} = \frac{V}{R_s} + j_c \beta \omega_0 \omega_j^2 \{ \beta^2 \omega_0^2 + [\omega_0^2 - 2\lambda k_0^2 v_s^2 Q(k_0)]^2 \}^{-1}, \quad (13)$$

где  $R_s = 2d/\sigma$  – сопротивление на единицу площади перехода. Первое слагаемое в (13) описывает омический ток, обусловленный конечной проводимостью туннельного перехода. Содержащее  $j_c$  второе слагаемое отвечает выпрямленному джозефсоновскому току.

Введем безразмерные напряжение  $V/V_j$  и магнитное поле  $H/H_0$ , где

$$V_j = \hbar \omega_j / 2e, \quad (14)$$

$$H_0 = (\phi_0 / 4\pi \lambda^2) \text{th}(L/\lambda). \quad (15)$$

В случае толстых электродов, когда  $L > \lambda$ , величина  $H_0$  определяет напряженность магнитного поля, начиная с которой необходимо нелокальное описание ВАХ. Отметим, что характерное поле  $H_0$  меньше критического магнитного поля

$$H_c = (\phi_0 / 4\pi \lambda^2) \ln(\lambda/\xi) \quad (16)$$

вследствие большого отношения лондоновской длины  $\lambda$  к корреляционной длине  $\xi$ . Принимая во внимание соотношения (5), (6), (14) и (15), представим ВАХ (13) в виде

$$\bar{j} = \frac{V}{R_s} + \frac{V}{2R_s} \left\{ \left( \frac{V}{j_c R_s} \right)^2 + \left[ \left( \frac{V}{V_j} \right)^2 - \left( \frac{H}{H_j} F(H) \right)^2 \right]^2 \right\}^{-1}, \quad (17)$$

где использованы обозначения

$$H_j = (\phi_0 / 4\pi \lambda \lambda_j) [\text{th}(L/\lambda)]^{1/2}, \quad (18)$$

$$F(H) = [1 + (H/H_0)^2]^{-1/4} \left[ \text{th} \left( \frac{L}{\lambda} \sqrt{1 + H^2/H_0^2} \right) / \text{th}(L/\lambda) \right]^{1/2}. \quad (19)$$

При  $H \ll H_0$ , когда нелокальные эффекты подавлены,  $F(H) \simeq 1$ . В переходах с большим сопротивлением (см. ниже (23)) ВАХ в общем случае имеет максимум при резонансном напряжении

$$V_r = V_1 \frac{H}{H_0} F(H) [\text{th}(L/\lambda)]^{1/2}, \quad (20)$$

где характерное напряжение  $V_1$  зависит от параметров перехода

$$V_1 = \frac{\phi_0}{2\pi\lambda} \sqrt{\frac{d}{\epsilon\lambda}} = \frac{0,94}{\sqrt{\epsilon}} [d(\text{Å})]^{1/2} [\lambda(\text{мкм})]^{-3/2} [mB]. \quad (21)$$

Например, при  $\lambda = 0,3 \text{ мкм}$ ,  $d = 30 \text{ Å}$ ,  $\epsilon = 10$  напряжение составляет  $V_1 \simeq 10 \text{ мВ}$ . В переменных частота – волновой вектор соотношение (20) имеет вид

$$\frac{\omega_0}{k_0} \simeq v_s (1 + \lambda^2 k_0^2)^{-1/4} \left[ \text{th} \left( \frac{L}{\lambda} \sqrt{1 + \lambda^2 k_0^2} \right) \right]^{1/2}. \quad (22)$$

В правой части выражения (22) стоит фазовая скорость обобщенной волны Свихарта (см. (11)). Таким образом, как и в локальной теории, выпрямленный ток куперовских пар имеет максимум тогда, когда фазовая скорость бегущей волны джозефсоновского тока совпадает с фазовой скоростью волны Свихарта.

В случае толстых электродов  $L \gg \lambda$  и в пределе слабых полей  $H \ll H_0$ , когда несущественна дисперсия фазовой скорости, полученная выше ВАХ совпадает с установленной в работах [1, 3]. Для сравнительно тонких электродов, когда  $L \ll \lambda \sqrt{1 + H^2/H_0^2}$ , описываемая соотношением (17) зависимость тока от напряжения также отвечает закономерностям, возникающим в локальной электродинамике. Даваемая выражением (2) нелокальная связь магнитного поля с разностью фаз становится ярко выраженной при  $L \gg \lambda \sqrt{1 + H^2/H_0^2}$  и  $H > H_0$ . В этих условиях, в частности, возникающее в нелокальной теории резонансное напряжение  $V_r$  (20) в  $\sqrt{H/H_0}$  раз меньше, чем в локальной теории. Отличие результатов, возникающих при использовании локальной и нелокальной связи магнитного поля с разностью фаз, демонстрируют рис. 1 и рис. 2. На рис. 1 приведена ВАХ (17) и ВАХ, возникающая в локальной теории, которая следует из (17), если заменить  $\sqrt{1 + H^2/H_0^2}$  на единицу. Согласно рис. 1 нелокальная связь проявляется в существенном уменьшении резонансного напряжения и приводит к увеличению выпрямленного джозефсоновского тока по сравнению с обычным током проводимости. На рис. 2 приведена зависимость резонансного напряжения  $V_r$ , при котором ток (17) имеет пик, от магнитного поля. Как видно из рис. 2, уже в магнитных полях  $H \gtrsim 0,5H_0$

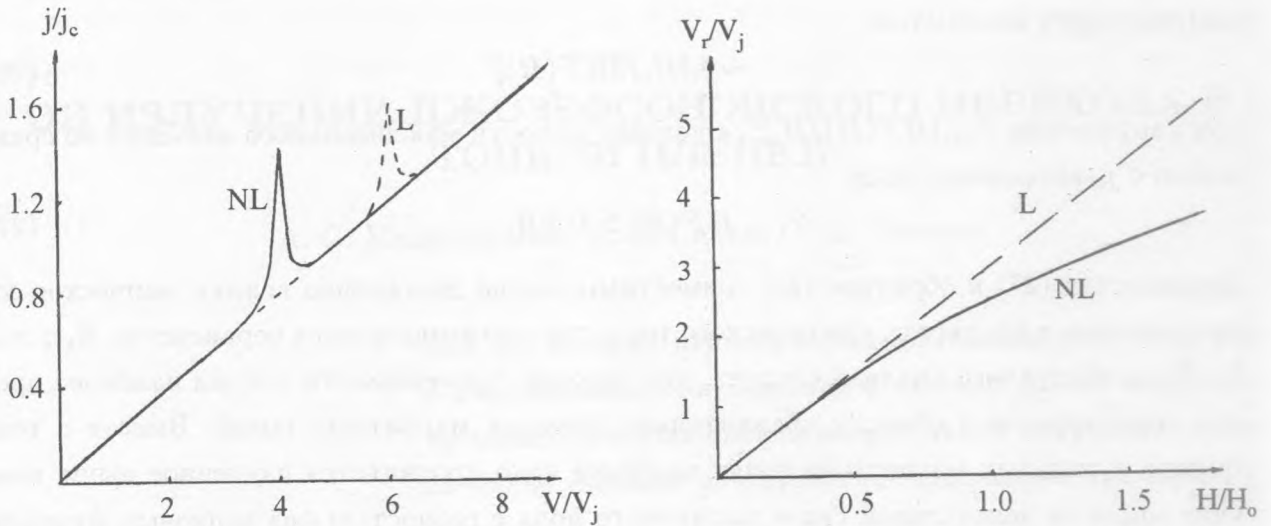


Рис. 1. ВАХ в локальной (L) и нелокальной (NL) теории при  $V_j = 0,2R_s j_c$ ,  $H = 2H_0$ ,  $\lambda_j = 3\lambda$ ,  $L = 10\lambda$ .

Рис. 2. Зависимость резонансного напряжения от магнитного поля в локальной (L) и нелокальной (NL) теории при  $V_j = 0,2R_s j_c$ ,  $\lambda_j = 3\lambda$ ,  $L = 10\lambda$ .

возникает заметное понижение резонансного напряжения, обусловленное эффектом нелокальной связи магнитного поля с разностью фаз. Можно полагать, что обнаруженное в работе [1] отклонение экспериментальных точек от отвечающей локальной теории зависимости  $V_r(H)$  обусловлено эффектом нелокальности.

Обсудим условия применимости ВАХ вида (17). Соотношение (17) получено в предположении, что выпрямленный ток много меньше джозефсоновского тока  $j_c$ . Рассмотрим, к каким ограничениям приводит предположение о малости функции  $\bar{j} - V/R_s$  по сравнению с  $j_c$ . В пределе сравнительно больших магнитных полей, когда

$$HF(H) \gg H_j V_j / R_s j_c \equiv \frac{\phi_0 \sigma}{c \sqrt{\epsilon \lambda d}} [\text{th}(L/\lambda)]^{1/2}, \tag{23}$$

функция  $\bar{j} - V/R_s$  достигает максимального значения

$$\sim \frac{R_s j_c^2}{2V_j} \frac{H_j}{HF(H)} \tag{24}$$

при резонансном напряжении (20). Максимальное значение мало по сравнению с  $j_c$  при

$$HF(H) \gg H_j (R_s j_c / 2V_j). \tag{25}$$

В пределе слабых полей, когда выполнено неравенство, обратное (23), выпрямленный ток достигает максимума

$$\sim j_c [H_j / 2HF(H)]^2 \quad (26)$$

при напряжении  $R_s j_c [HF(H) / H_j]^2$ , а условие малости максимального значения по сравнению с  $j_c$  выполнено, если

$$HF(H) > 0,5H_j. \quad (27)$$

Неравенства (27) и обратное (23) совместимы, когда достаточно велики омическое сопротивление и плотность критического тока, так что выполняется неравенство  $R_s j_c \gg V_j$ . Из приведенного анализа следует, что условия применимости теории наиболее просто выполняются в области сравнительно сильных магнитных полей. Вместе с тем, именно в сильных магнитных полях наиболее ярко проявляется изученное выше влияние эффекта нелокальной связи магнитного поля с разностью фаз волновых функций на вид ВАХ сверхпроводящего сэндвича.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ N 96-02-17303 и при поддержке Научного совета по ВТСП (проект "АД" N 95008).

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Еск Р. Е., Scalapino D. J., Taylor B. N. Phys. Rev. Lett., **13**, 15 (1964).
- [2] Кулик И. О. Письма в ЖЭТФ, **2**, 134 (1965).
- [3] Кулик И. О., Янсон И. К. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах. Наука, М., 1970, с. 67.
- [4] Силин В. П., Студенов А. В. ЖЭТФ, **113**, (1998).
- [5] Алиев Ю. М., Силин В. П. ЖЭТФ, **104**, 2526 (1993).
- [6] Иванченко Ю. М., Соболева Т. К. Письма в ЖЭТФ, **51**, 100 (1990).
- [7] Alfirov G. L., Rorkov A. F. Phys. Rev., **В 52**, 4503 (1995).
- [8] Силин В. П., Урюпин С. А. ЖЭТФ, **108**, 2163 (1995).
- [9] Овчинников К. Н., Силин В. П., Урюпин С. А. ФММ, **83**, 14 (1997).

Поступила в редакцию 25 декабря 1997 г.