Краткие сообщения по физике № 10-1985 г.

О КИНЕТИЧЕСКОМ ОПИСАНИИ СОЛИТОНОВ ОГИБАЮЩИХ ЭЛЕКТРО–МАГНИТНЫХ ВОЛН В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ

Ю. М. Алиев, С. В. Кузнецов

УДК 533.951

Для изучения солитонов огибающих электромагнитных волн исследовано релятивистское кинетическое уравнение для электронов. Получена новая область существования солитонов сжатия, обусловленная корректным учетом релятивизма в тепловом движении электронов.

Гидродинамическая теория солитонов огибающих электромагнитных волн разработана в работах /1,2/. Однако для детального исследования взаимодействия частиц плазмы с солитоном необходимо использовать кинетическое описание. В настоящем сообщении подход, развитый для потенциальных волн в работах /3,4/, обобщен на случай солитонов огибающей поперечной электромагнитной волны. Кинетическое описание использовано для электронной компоненты плазмы в предположении, что солитон образует потенциальную яму для электронов.

Перейдем в систему координат, в которой солитон находится в состоянии покоя, а невозмущенная плазма движется со скоростью $\vec{V} = (0, 0, -V)$. Функцию распределения электронов плазмы вне области солитона выберем в виде:

$$f_e(\vec{p}_e) = \frac{n_\infty\sqrt{1-\tilde{V}^2}}{2m_{oe}cK_1(1/\tilde{T}_e)}\ \exp\left(-\frac{\sqrt{1+\tilde{p}_z^2}+\tilde{V}\tilde{p}_z}{\tilde{T}_e\sqrt{1-\tilde{V}^2}}\right)\delta(\vec{p}_{e\perp}),$$

где n_∞ – плотность электронов невозмущенной плазмы; $\tilde{T}_e = T_e/m_{oe}c^2$ – безразмерная температура; m_{oe} – масса покоя электрона; $\tilde{V} = V/c$; $\tilde{p}_z = p_{ez}/m_{oe}c$. В присутствии электромагнитного поля одномерного солитона, описываемого скалярным φ и векторным $\vec{A} = (A_x, A_y, 0)$ потенциалами, функция распределения электронов подчиняется релятивистскому кинетическому уравнению:

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + u_{ez}\frac{\partial f_e}{\partial z} + e\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z} - \frac{1}{c}\vec{u}_{e\perp}\frac{\partial\vec{A}_\perp}{\partial z}\right)\frac{\partial f_e}{\partial p_{ez}} + \frac{e}{c}\frac{d\vec{A}_\perp}{dt}\frac{\partial f_e}{\partial\vec{p}_{e\perp}} = 0,$$

решения которого могут быть записаны через следующие интегралы движения электрона в поле солитона:

$$\vec{p}_{e\perp} - (e/c)\vec{A}_\perp = 0, \tag{1}$$

$$\sqrt{1+\tilde{p}_Z^2 + x^2} - y = \sqrt{1+\tilde{p}_{Z\infty}^2}, \tag{2}$$

где $x = e|\vec{A}_\perp|/m_{oe}c^2$, $y = e\varphi/m_{oe}c^2$. Интеграл (1) выражает закон сохранения обобщенного импульса, а (2) соответствует закону сохранения энергии электрона.

Рассмотрим случай, когда ни один из электронов, пришедших из бесконечности, не отражается полем солитона. Необходимым условием реализации таких решений является неравенство

$$\sqrt{1+x^2} - y \leqslant 1, \tag{3}$$

следующее из интеграла (2). Функция распределения пролетных электронов имеет вид:

$$f_e(\vec{p}_e) = \frac{n_\infty\sqrt{1-\tilde{V}^2}}{2m_{oe}cK_1(1/\tilde{T}_e)} \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{\sqrt{1+\tilde{p}_Z^2+x^2} - y + \mathrm{sgn}(\tilde{p}_Z)\tilde{V}\sqrt{(\sqrt{1+\tilde{p}_Z^2+x^2}-y)^2-1}}{\tilde{T}_e\sqrt{1-\tilde{V}^2}}\right] \times \tag{4}$$

$$\times\,\delta(\vec{p}_{e\perp} - \frac{e}{c}\vec{A}_\perp),$$

где $\sqrt{1+\tilde{p}_Z^2+x^2} - y \geqslant 1$. Для функции распределения электронов, захваченных солитоном адиабатическим образом, положим

$$f_e(\vec{p}_e) = \frac{n_\infty\sqrt{1-\tilde{V}^2}}{2m_{oe}cK_1(1/\tilde{T}_e)}\exp\left(-\frac{1}{\tilde{T}_e\sqrt{1-\tilde{V}^2}}\right)\delta(\vec{p}_{e\perp} - \frac{e}{c}\vec{A}_\perp), \tag{5}$$

где $\sqrt{1+\tilde{p}_z^2+x^2}-y<1$.

С помощью функции распределения (4), (5) вычислим плотность электронов n_e и поперечный электронный ток $\vec{j}_{e\perp}$ как функцию потенциалов поля солитона малой амплитуды:

$$n_e = n_\infty(1+F_1x^2/2+F_2y), \quad \vec{j}_{e\perp} = -\frac{e^2n_\infty\sqrt{1-\tilde{V}^2}}{m_{oe}c}\vec{A}_\perp(F_3+F_4\frac{x^2}{2}+$$

$$+F_5y),$$

где

$$F_1 = -\xi\left(\frac{K_0(\xi)}{K_1(\xi)}+\frac{\tilde{V}}{2K_1(\xi)}\int_{-\infty}^{\infty}dw\,\frac{1-\tilde{u}\tilde{V}}{\tilde{u}-\tilde{V}}\,\frac{e^{-\xi\sqrt{1+w^2}}}{\sqrt{1+w^2}}\right);$$

$$F_2 = \frac{\xi}{\sqrt{1-\tilde{V}^2}}\left(1+\frac{\tilde{V}}{2K_1(\xi)}\int_{-\infty}^{\infty}dwe^{-\xi\sqrt{1+w^2}}\,\frac{(1-\tilde{u}\tilde{V})^2}{\tilde{u}-\tilde{V}}\right);$$

$$F_3 = K_0(\xi)/K_1(\xi), \quad \tilde{u} = w/\sqrt{1+w^2}, \quad \xi = 1/\tilde{T}_e,$$

$$F_4 = -\xi\left(1+\frac{\tilde{V}}{2K_1(\xi)}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dw}{1+w^2}\,e^{-\xi\sqrt{1+w^2}}\,\frac{1}{\tilde{u}-\tilde{V}}\right);$$

$$F_5 = \frac{\xi}{\sqrt{1-\tilde{V}^2}}\left(\frac{K_0(\xi)}{K_1(\xi)}+\frac{\tilde{V}}{2K_1(\xi)}\int_{-\infty}^{\infty}dw\,\frac{1-\tilde{u}\tilde{V}}{\tilde{u}-\tilde{V}}\,\frac{e^{-\xi\sqrt{1+w^2}}}{\sqrt{1+w^2}}\right).$$

В случае больших скоростей солитона $\tilde{V} \gg \sqrt{\tilde{T}_e}$ и нерелятивистских температур $\tilde{T}_e \ll 1$ имеем: $F_1 = F_4 = (1-\tilde{V}^2)/\tilde{V}^2$, $F_2 = -(1-\tilde{V}^2)^{3/2}/\tilde{V}^2$, $F_3 = 1$, $F_5 = -\sqrt{1-\tilde{V}^2}/\tilde{V}^2$, что соответствует пределу холодной гидродинамики электронов.

Для релятивистских температур и малых нерелятивистских скоростей солитона, удовлетворяющих условию $\tilde{V} \ll \min(1,\sqrt{\tilde{T}_e})$, получаем:

$$F_1 = -K_0(1/\tilde{T}_e)/\tilde{T}_e K_1(1/\tilde{T}_e) = -F_5, \quad F_2 = 1/\tilde{T}_e = -F_4,$$

$$F_3 = K_0(1/\tilde{T}_e)/K_1(1/\tilde{T}_e).$$

В приближении холодной релятивистской гидродинамики выражения для плотности и поперечного тока ионов имеют вид:

$$n_i = n_\infty(1 + F_6 x^2/2 + F_7 y), \quad \vec{j}_{i\perp} = -\frac{e^2 n_\infty \sqrt{1-\tilde{V}^2}}{m_{oi}c}\vec{A}_\perp(1 + F_8 x^2/2 + F_9 y),$$

где

$$F_6 = F_8 = \gamma^2(1-\tilde{V}^2)/\tilde{V}^2, \quad F_7 = \gamma(\sqrt{1-\tilde{V}^2})^3/\tilde{V}^2, \quad F_9 = \gamma\sqrt{1-\tilde{V}^2}/\tilde{V}^2,$$

$$\gamma = m_{oe}/m_{oi}.$$

Используя уравнения Максвелла, получаем систему уравнений для амплитуд векторного и скалярного потенциалов:

$$\frac{d^2x}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2}x = \frac{\omega_{Le}^2}{c^2}\sqrt{1-\tilde{V}^2}\,x[F_3 + \gamma + (F_4 + \gamma F_8)x^2/2 + (F_5 + \gamma F_9)y],$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \frac{\omega_{Le}^2}{c^2}[(F_1 - F_6)x^2/2 + (F_2 - F_7)y]. \tag{6}$$

В приближении квазинейтральности из (6) следует:

$$\frac{d^2x}{dz^2} = x\left[\frac{\omega_{Le}^2}{c^2}\sqrt{1-\tilde{V}^2}(F_3+\gamma) - \frac{\omega^2}{c^2}\right] + \frac{\omega_{Le}^2}{2c^2}\sqrt{1-\tilde{V}^2}\times$$

$$\times\left[F_4 + \gamma F_8 - \frac{(F_5+\gamma F_9)(F_1-F_6)}{F_2 - F_7}\right]x^3 = a_1 x + a_3 x^3.$$

Уравнение (7) имеет решения солитонного типа $x = x_{max}/\mathrm{ch}(kz)$, $k = \sqrt{a_1}$, $x_{max}^2 = 2a_1/|a_3|$ при условии $a_1 > 0$, $a_3 < 0$.

При выполнении неравенства (3) совместно с условием $a_3 < 0$ в пределе $\tilde{V} \gg \sqrt{\tilde{T}_e}$ имеется возможность существования релятивистского солитона огибающей циркулярно поляризованной волны, распространяющегося со скоростью $\widetilde{V} > \sqrt{2\gamma}$. Такие солитоны были исследованы в /2/. В обратном квазистатическом пределе $\widetilde{V} \ll \sqrt{\widetilde{T}_e}$ и при условии $\widetilde{V} \ll 1$ получаем, что существование солитонов, образующих потенциальную яму для электронов, возможно в диапазоне скоростей:

$$\gamma\widetilde{T}_e \frac{1 + 2\gamma K_0(1/\widetilde{T}_e)/K_1(1/\widetilde{T}_e)}{1 - K_0^2(1/\widetilde{T}_e)/K_1^2(1/\widetilde{T}_e)} < \widetilde{V}^2 < \frac{\gamma\widetilde{T}_e(1+\gamma)}{1 - K_0(1/\widetilde{T}_e)/K_1(1/\widetilde{T}_e)} .$$

В пределе $\gamma \ll \widetilde{T}_e \ll 1$ эта новая область солитонов определяется неравенством $\gamma < \widetilde{V}^2 < 2\gamma$.

В заключение заметим, что оба типа солитонов являются солитонами сжатия.

Поступила в редакцию 26 июня 1985 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Цинцадзе Н. Л., Цхакая Д. Д. ЖЭТФ, 72, 480 (1977).
2. Козлов В. А., Литвак А. Г., Суворов Е. В. ЖЭТФ, 76, 148 (1980).
3. Schamel H. Plasma Phys., 14, 905 (1972).
4. Schamel H. Phys. Scripta, 20, 306 (1979).