Краткие сообщения по физике № 10-1985 г.

МОДУЛЯЦИЯ СИЛЬНОТОЧНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ГОФРИРОВАННОМ ВОЛНОВОДЕ

Г.В. Иваненков, И.И. Логачев

УДК 621.385.6

Теоретически исследовано распространение сильноточного электронного пучка в гофрированном волноводе вдоль однородного продольного магнитного поля. Обсуждаются возможности такой системы при создании лазера на свободных электронах.

Среди обсуждающихся схем лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) наиболее популярен вариант с ондулятором /1/. Частота генерируемого в нем излучения $\omega \approx 2\gamma^2 ck$ (γmc^2 — энергия электронов, $2\pi k^{-1} = l$ — период ондулятора) при $\gamma \simeq 100$ и $l \simeq 1$ см попадает в видимую область спектра. Повышение частоты за счет сокращения размеров магнитов $l < 1$ см представляется вряд ли возможным. В то же время переход в коротковолновую область выдвигает более жесткие требования к выбору электронного к.п.д. η (доля энергии пучка, идущая в излучение) и коэффициента усиления G (отношение энергии вынужденного излучения пучка за один проход к энергии волнового поля). В первую очередь важна их зависимость от числа периодов ондулятора N и тока I /2/: $\eta \sim N^{-1}$, $G \sim IN^3$ (излученная энергия только через плотность пучка связана с током). Поэтому повышение η при сохранении прежнего значения G требует снижения N по закону $I^{-1/3}$ /2/. Более сильная зависимость G от I позволила бы добиться на этом пути более высокого к.п.д. Так, если вместо ондулятора прямолинейное движение электронов возмущать полем модуляции самого пучка (например, с помощью гофрировки волновода), током будет определяться также и изменение дипольного момента и показатель степени в зависимости G от I станет больше единицы. При больших токах такое устройство может иметь преимущество перед ондулятором.

Для выяснения вида поля модуляции рассмотрим распространение сплошного однородного по оси y пучка в волноводе во внешнем магнитном поле H_0 вдоль оси z. Идеально проводящие стенки $x = \pm [a + k^{-1}\delta \exp(ikz) + \text{к.с.}]$ возмущают поле, отклоняя границы пучка от плоских $x = \pm b$. Их вид

$x = \pm [b + \xi(z)]$ совпадает с траекториями "внешних" электронов и наряду с другими неизвестными должен быть найден из решения гидродинамической задачи для холодного релятивистского пучка. Краевые условия для электро- и магнитостатических полей на границах пучка и волновода выражают отсутствие поверхностных зарядов и токов. Все уравнения запишем в единицах $e = m = c = 1$ в форме Хевисайда без множителя 4π.

При малых наклонах стенки δ задачу можно линеаризовать, разлагая по этому параметру $\xi = \delta\xi_1 + \delta^2 \ldots$, $\vec{\beta} = \vec{\beta}_0 + \delta\vec{\beta}_1 + \delta^2 \ldots$ и т.д. В нулевом приближении стенки плоские, задача однородна по z и $\beta_{ox} = E_{oz} = H_{ox} = 0$. Уравнения равновесия пучка ($|x| < b$) запишем в виде:

$$\begin{aligned} &E_{ox} + \beta_{oy}H_{oz} = \beta_{oz}H_{oy}, \quad E'_{ox} = \rho_0, \\ &-H'_{oz} = \rho_0\beta_{oy}, \quad H'_{oy} = \rho_0\beta_{oz}; \\ &[E_{ox}] = [H_{oy}] = [H_{oz}] = 0 \quad (|x| = b), \end{aligned} \tag{1}$$

где штрих означает дифференциирование по x, квадратные скобки – скачок функции на плоской границе $|x| = b$. В вакууме $b < x < a$ поля постоянны.

Система (1) содержит 4 уравнения и 6 неизвестных. Потребовав постоянства по сечению пучка энергии $\gamma_0 - \int E_{ox}dx$ и продольной скорости β_{oz} электронов, получим решение для диамагнитного равновесия вида

$$\begin{aligned} &\gamma_0 = \gamma_{\|}\,\mathrm{ch}\,\psi, \quad \rho_0 = A^2\gamma_{\|}^{-1}\mathrm{ch}\,\psi, \quad \beta_{oy} = -\gamma_{\|}^{-1}\mathrm{th}\,\psi, \\ &E_{ox} = A\,\mathrm{sh}\,\psi, \quad H_{oy} = A\,\beta_{oz}\,\mathrm{sh}\,\psi, \quad H_{oz} = A\gamma_{\|}^{-1}\mathrm{ch}\,\psi. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь $\gamma_{\|}^{-1} = \sqrt{1 - \beta_{oz}^2}$ – энергия электронов при $x = 0$; $\psi = A\gamma_{\|}^{-1}x$; A – постоянная интегрирования, определяемая условием $H_{oz}(b) = H_0$. Решение (2) описывает "вращающийся" в поле H_0 со скоростью β_{oy} пучок (поперечное движение электронов с $\beta_{oy} \lessgtr 0$ при $x \lessgtr 0$). Оно упрощается в пределе малого "вращения" $H_0 b \ll 1$, когда гиперболические функции заменяются низшими членами разложения и $A \approx H_0\gamma_{\|}$. Такое приближение неплохо описывает реальные пучки ($H_0 \simeq 1$ кЭ требует $b < 1$ см). При этом H_0^{-1} характеризует длину экранирования пучком поля, слабого в этом пределе, а ток $I \approx \approx 2\gamma_{\|}\beta_{oz}H_0^2\,bb_y$, ($b_y$ – ширина пучка по оси y). В пределе $H_0 b \to 0$ теряется отличие задачи с заданным полем H_0 от более адекватной постановки с заданным магнитного потока.

Возмущение поля пучка гофрировкой содержится в условиях $\vec{E}_t = \vec{H}_n = 0$ на стенке трубы. В первом по δ приближении находим

$$E_{1z} = (ie^{ikz} + \text{к.с.})E_{ox}, \quad H_{1x} = (-ie^{ikz} + \text{к.с.})H_{oz} \quad (|x| = a),$$
$$[F_1] = -\xi(z)\,[F_0'(x)], \quad \beta_{1z} = \beta_{oz}\partial_z\xi_1 \quad (|x| = b), \tag{3}$$

(F обозначает напряженности $\vec{E}$ и $\vec{H}$). Представляя решение в виде $\beta_{1x} = \tilde{\beta}_x(x)\ \exp\ (ikz) +$ к.с. и т.д., запишем уравнения возмущения движения пучка

$$ik\beta_{oz}\gamma_0\tilde{\beta}_x = \tilde{E}_x + \beta_{oy}\tilde{H}_z + \tilde{\beta}_y H_{oz} - \tilde{\beta}_z H_{oy} - \beta_{oz}\tilde{H}_y,$$
$$ik\gamma_0\tilde{\beta}_y = \tilde{H}_x - \beta_{oy}\tilde{E}_z, \quad ik\beta_{oz}\gamma_0\tilde{\beta}_z = \gamma_{\parallel}^{-2}\tilde{E}_z - \beta_{oy}\tilde{H}_x, \tag{4}$$

и уравнения электро- и магнитостатики

$$\tilde{E}_x' + ik\tilde{E}_z = \tilde{\rho}, \quad \tilde{E}_z' = ik\tilde{E}_x, \quad -ik\tilde{H}_y = \rho_0\tilde{\beta}_x,$$
$$ik\tilde{H}_x - \tilde{H}_z' = \tilde{\rho}\beta_{oy} + \rho_0\tilde{\beta}_y, \quad \tilde{H}_y' = \tilde{\rho}\beta_{oz} + \rho_0\tilde{\beta}_z, \quad \tilde{H}_x' = -ik\tilde{H}_z. \tag{5}$$

Система (4), (5) с помощью (1) и (2) сводится к паре уравнений второго порядка. Одно из них представляет простое уравнение $F'' = k_0^2 F$ для комбинации полей $F = \tilde{E}_z + a\beta_{oy}\tilde{H}_x$ ($a^{-1} \equiv \beta_{oz}^2 k^2 \gamma_0/\rho_0 - 1$, $k_0^2 \equiv k^2 + \rho_0/\gamma_0$; использовано постоянство величины $\rho_0/\gamma_0 = (A/\gamma_{\parallel})^2 \approx H_0^2$). Оно дает связь

$$\tilde{E}_z + a\beta_{oy}\tilde{H}_x = D\ \mathrm{ch}\ k_0 x, \tag{6}$$

содержащую неизвестную постоянную D. Второе уравнение

$$[(1 + a\beta_{oy}^2)\tilde{H}_x']' = [k_0^2(1 + a\beta_{oy}^2) - a\beta_{oy}\beta_{oy}'']H_x \tag{7}$$

допускает простое исследование для "тонкого" пучка $H_0 b \ll 1$. Точнее, потребуем $k^{-1} \sim b$ и $H_0 \ll k$ и введем параметр $\epsilon \equiv H_0 k_0^{-1} \ll 1$. Относительно него получим оценки $k_0^2 \simeq k^2(1 + \epsilon^2)$, $a \simeq (\epsilon/\beta_{oz})^2$, $\beta_{oy}^2 \simeq (H_0/\gamma_{\parallel})^2 x^2 \sim \epsilon^2$, $\beta_{oy}\beta_{oy}'' \simeq -\epsilon^2(k_0\beta_{oy})^2 \sim \epsilon^4$. Вводя переменную $s = k_0 x$ и разлагая $\tilde{H}_x$ по степеням ϵ^2, найдем решение (6), (7)

$$\tilde{H}_x = B\ [\mathrm{sh}\ s + (a\epsilon^2/2\gamma_{\parallel})s(\mathrm{ch}\ s - s\ \mathrm{sh}\ s) + \ldots], \tag{8}$$
$$\tilde{E}_z = D\ \mathrm{ch}\ s + (aB/\gamma_{\parallel})s\ \mathrm{sh}\ s + \ldots \tag{9}$$

В "тонком" пучке поля мало отличаются от вакуумных, имеющих вид

$$\tilde{H}_x = -iH_0\,\frac{\mathrm{sh}\ kx}{\mathrm{sh}\ ka}, \quad \tilde{E}_z = iH_0^2 b\gamma_{\parallel}\left(1 - \frac{5}{6}H_0^2 b^2\right)\frac{\mathrm{ch}\ kx}{\mathrm{ch}\ ka},$$

определяемый условиями (3) на стенке. Сшивка с ними (8) и (9) дает значения постоянных

$$B = -i\ \frac{H_0}{\mathrm{sh}\ ka}\left(1 - \frac{kb}{2}\epsilon^2\ \mathrm{cth}\ kb + \epsilon^4 \ldots\right) \sim H_0,$$

$$D = i\ \frac{H_0}{\mathrm{ch}\ ka}\ \gamma_{\parallel} H_0 b\left[1 - \frac{kb}{2}\epsilon^2\left(1 - \frac{5}{3}kb\right) + \epsilon^4 \ldots\right] \sim H_0 \epsilon.$$

Пользуясь (3) – (5), выразим остальные величины через (8) и (9). Среди них только $\widetilde{H}_z$ оказывается одного порядка с $\widetilde{H}_x$, тогда как разложения остальных величин начинаются с первой и выше степеней ϵ (например, границы пучка $\widetilde{\xi} = -i\beta_x/(k\beta_{oz}) \approx -a\ b\ \mathrm{sh}(k_0 b)/\mathrm{ch}(ka) \sim \epsilon^2$). Поэтому в первую очередь гофрировка волновода порождает периодическое магнитное поле

$$H_x \simeq -2\delta H_0\ \frac{\mathrm{sh}\ kx}{\mathrm{sh}\ ka}\ \sin kz, \quad H_z - H_0 \sim -2\delta H_0\ \frac{\mathrm{ch}\ kx}{\mathrm{sh}\ ka}\cos kz.$$

Наиболее важна его x-компонента, создающая y-компоненту периодического ускорения (см. (4)) и обусловленное ею спонтанное излучение пучка. В итоге коэффициент усиления $G \sim \rho H_x^2$ в рассмотренном случае слабого диамагнетизма ($I \sim H_0^2\ bb_y$, $\rho_0 \sim H_0^2$) оказывается $G \sim (\delta I/bb_y)^2$, так что показатель степени в зависимости $G \sim I^m N^3$ вместо $m = 1$ для ондулятора принимает значение $m = 2$. Результирующее повышение к.п.д. с ростом тока (с сохранением коэффициента усиления при снижении числа периодов) происходит теперь более эффективно по закону $\eta \propto N^{-1} \propto I^{2/3}$. Вполне осуществимое значение периода гофра $l \approx 1$ мм позволяет на порядок по сравнению с ондулятором повысить частоту излучения. Доступные для линейных индукционных ускорителей энергии $\gamma \approx 100$ и токи до 10 кА делают вполне реальным на предлагаемом пути создание ЛСЭ в видимом и УФ диапазонах.

Поступила в редакцию 3 июля 1985 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Генераторы когерентного излучения на свободных электронах. Сб. статей под редакцией А.А. Рухадзе. М., Мир, 1983.
2. Коломенский А.А., Лебедев А.Н. Квантовая электроника, 5, 1543 (1978).