Краткие сообщения по физике № 12-1985 г.

УДК 537. 312.62

ДИНАМИКА КВАНТОВОЙ ДИССИПАТИВНОЙ СИСТЕМЫ

А. Д. Заикин, С. В. Панюков

Исследована динамика квантовой частицы в симметричном двухъямном потенциале при наличии диссипации. Разрушение квантовой когерентности происходит в области $0 < \alpha < 1/2$ (α – параметр, характеризующий диссипацию). При $1/2 \leqslant \alpha < 1$ имеет место некогерентная релаксация, сменяющаяся локализацией частицы при $\alpha \geqslant 1$.

Квантовая частица в симметричном двухъямном потенциале делокализована, среднее значение координаты $\langle q \rangle = 0$, а коррелятор $\langle q(0)q(t)\rangle$ является осциллирующей функцией времени. В работах /1/ методом ренормгруппы было показано, что наличие диссипации обусловливает разрушение фазовой когерентности в такой системе при $\alpha = 2\eta q_0^2/\pi > 1$ (η – эффективная вязкость, $\pm\, q_0$ – координаты минимумов потенциала). При температуре $T \to 0$ это приводит к локализации частиц в одном из минимумов потенциала.

Для описания процесса разрушения квантовой когерентности в подобных системах необходимо исследование временной эволюции матрицы плотности, которое и проделано в настоящей работе. Введем величину

$$J = \int Dq(t)\exp(iS_C), \tag{1}$$

где S_C – эффективное действие системы на контуре Келдыша C.

Функционал S_C для частицы, взаимодействующей с термостатом, имеет вид:

$$iS_C = iS_+ - iS_- + \ln F, \quad S_\pm = \int_{t_i}^{t_f} dt_\pm \left[\frac{m}{2}\left(\frac{\partial q}{\partial t_\pm}\right)^2 - V(q(t_\pm))\right],$$

$$\ln F = \iint_{t_i}^{t_f} dt\,dt'[q_+(t) - q_-(t)][f(t,t')q_+(t') - f^*(t,t')q_-(t')]. \tag{2}$$

Здесь m и q — соответственно масса и координата частицы; $q_\pm(t) \equiv q(t_\pm)$; $V(q)$ — потенциал; F — функционал влияния /2,3/. В предположении, что термостат состоит из большого числа гармонических осцилляторов, выражение для f было найдено в /4,5/:

$$f(t,t') = f(t-t') = \int \frac{d\epsilon}{2\pi}\, e^{-i\epsilon(t-t')}\, \eta\epsilon \left(1 + \operatorname{cth} \frac{\epsilon}{2T}\right). \tag{3}$$

Аналогичное выражение для S_C (2), (3) было получено с помощью микроскопической теории для сверхпроводящих контактов с туннельной /6,7/ и непосредственной /8/ проводимостью.

Матрица плотности конечного состояния $\rho(q_+^f, q_-^f)$ определяется соотношением

$$\rho(q_+^f, q_-^f) = \int dq_+^i dq_-^i\, J(q_+^f, q_-^f;\, q_+^i, q_-^i)\, \rho(q_+^i, q_-^i), \tag{4}$$

где $\rho(q_+^i, q_-^i)$ — начальная матрица плотности. Состояние частицы в симметричном двухъямном потенциале при достаточно низких температурах можно описывать матрицей ρ_{ij}, $i(j) = 1,2$, диагональные элементы которой определяют вероятность найти частицу в одной из ям.

Рассмотрим случай $T \to 0$. Пусть в начальный момент времени t_i частица находится в первой яме, т. е. $\rho_{11}(t_i) = 1$. Исследуем поведение системы при значениях параметра α, соответствующих делокализации частицы при $t \to \infty$ (здесь и далее $t \equiv t_f - t_i$), т. е. $0 \leqslant \alpha < 1$. Совместно с условием $V(0) \equiv V_0 \gg \omega_0 \equiv V''(\pm q_0)/m$ это означает, что $\eta \ll m\omega_0$, т. е. диссипация слабо влияет на движение частицы в классически доступных областях. При этом выражение для $\rho_{11}(t) = 1 - \rho_{22}(t)$ можно представить в виде ряда по степеням малой величины Δ^2, $\Delta = \beta\omega_0\sqrt{A}\exp(-A)$ — удвоенная амплитуда туннельного перехода частицы из одной ямы в другую при отсутствии диссипации, $A = \gamma V_0/\omega_0 \gg 1$*, т. е. $\Delta \ll \omega_0$.

Для нахождения $\rho_{11}(t)$ (очевидно, $t \gg \omega_0^{-1} \equiv \tau_0$) необходимо вычислить функциональный интеграл (1) — (4), который определяется траекториями, описывающими всевозможные туннельные переходы между состояниями ρ_{ij}.

---

* Численные коэффициенты β и γ в выражениях для Δ и A зависят от конкретного вида потенциала V(q). Строго говоря, под Δ понимается перенормированная амплитуда: к A следует добавить член, пропорциональный η (или α). Однако, при $\alpha \lesssim 1$ этот член порядка единицы, т. е. много меньше A. В дальнейшем будем считать его включенным в A.

Аналогично работе /9/ введем параметризацию $\tau_\pm(t_\pm)$ такую, что $d\tau_\pm/dt_\pm = \pm i$. Это удобно, поскольку позволяет выделить выражение для A, переходящее в бездиссипативном пределе в результат, который дает обычное приближение ВКБ (см. также /9/). Величина A определяется значением функционала действия на траектории $\widetilde{\varphi}(\tau_\pm(t_\pm))$, описывающей переход между различными состояниями ρ_{ij} и удовлетворяющей условию экстремума $\delta S/\delta\widetilde{\varphi} = 0$, т. е. $A = S[\widetilde{\varphi}]$. Предэкспоненциальный фактор определяется интегрированием по отклонениям от траектории $\widetilde{\varphi}(\tau)$. Наличие диссипации приводит к логарифмическому взаимодействию между инстантонами, выделение нулевых мод дает интегралы по коллективным координатам инстантонов. Окончательно имеем $\rho_{11} = (1 + P(t))/2$, где

$$P(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \Delta^{2n} \int_0^t dt_{2n} \int_0^{t_{2n}-\tau_0} dt_{2n-1} \ldots \int_0^{t_2-\tau_0} dt_1 \times$$

$$\times \exp\left[2a \sum_{k>l} (-1)^{k-l} \ln\left(\frac{t_k - t_l}{\tau_0}\right)\right]. \tag{5}$$

Заметим, что выражение для P(t) (5) переходит в выражение для статистической суммы системы /1/, если произвести замену $t \to 1/T$, $\Delta \to i\Delta/2$.

В случае $a < 1/2$ ограничимся учетом взаимодействия лишь между ближайшими парами инстантон – антиинстантон. В этом приближении суммирование ряда (5) дает

$$P(t) = E_{2(1-a)}(-y^{2(1-a)}), \quad y = \Delta_r t = \Delta(\Delta/\omega_0)^{a/(1-a)} \times$$

$$\times [\Gamma(1-2a)]^{1/2(1-a)} t, \tag{6}$$

где $E_\nu(x)$ – функция Миттага – Лефлера, $\Gamma(X)$ – гамма-функция Эйлера. Из (6) имеем:

$$P(t) = \frac{1}{1-a} \cos\left[\Delta_r t \cos\left(\frac{\pi a}{2(1-a)}\right)\right] \exp\left[-\Delta_r t \sin\left(\frac{\pi a}{2(1-a)}\right)\right] + \tag{7}$$

$$+ P_1(t),$$

где величина $P_1(t)$ отрицательна и при $t \to \infty$ $P_1(t) \approx y^{-2(1-a)}/\Gamma(2a-1)$. Полученные выражения (6), (7) отличаются от аналогичного результата работы /10/ лишь тем, что в квадратных скобках в формуле (6) для Δ_r отсутствует множитель $\cos\pi a$, присутствующий в аналогичной формуле работы /10/. Это отличие существенно при $a \to 1/2$, когда формулы (6), (7) перестают быть справедливыми. Тем не менее при $a = 1/2$ ряд (5) суммируется точно. Этот случай соответствует известному "пределу Тулуза" для модели Кондо /11/. При этом

$$P(t) = \exp(-\Gamma t), \tag{8}$$

$$\Gamma = (2\Delta^2/\omega_0)[\ln(\omega_0/\Delta) + 1/2 + \dots] \approx 2\Delta^2 A/\omega_0. \tag{9}$$

Выражение для Γ (9) можно использовать также в области $|a - 1/2| \lesssim 1/A$. При $a - 1/2 \gtrsim 1/A$ основной вклад в выражение для $P(t)$ (5) дают малые времена (т. е. малые "расстояния" между ближайшими инстантоном и антиинстантоном). В этом случае $P(t)$ также определяется формулой (8), однако при вычислении Γ следует учесть тот факт, что переходы между состояниями ρ_{ij} с частотами $\gtrsim\Gamma$ не определяют динамику, а лишь перенормируют основное состояние системы. Таким образом, формула (5) остается справедливой и при $1/2 < a < 1$, если в нее вместо Δ и τ_0 подставить перенормированные значения $\tilde{\Delta}$ и $\tilde{\tau}_0$, которые легко определяются с помощью уравнений ренормгруппы /11,1/. В итоге находим

$$\Gamma = \Delta(\Delta^*/\omega_0)^{a/(1-a)}, \quad \Delta^* = \Delta[b^{2a-1}/(2a-1)]^{1/2a}, \tag{10}$$

где $b \sim 1$ ($b = 1$ при ренормировании до $\tilde{\tau}_0 = \Gamma$).

Таким образом, полученные результаты (в особенности при $a \gtrsim 1/2$ (9), (10)) заметно отличаются от соответствующих результатов работы /10/, в которой исследовалась динамика двухуровневой системы с линейной диссипацией. С нашей точки зрения основной результат этой работы (формула (5) /10/), как и метод его получения, являются неверными, поскольку основаны на неправильном выделении траекторий, вносящих главный вклад в функциональный интеграл (1) – (4).

ЛИТЕРАТУРА

1. Chakravarty S. Phys. Rev. Lett., 49, 681 (1982); Bray A. J., Moore M. A. Phys. Rev. Lett., 49, 1545 (1982).
2. Feynman R. P., Vernon F. L. Ann. Phys., 24, 118 (1963).
3. Фейнман Р., Хибс А. Квантовая механика и интегралы по траекториям. М., Мир, 1968.
4. Schmid A. J. Low Temp. Phys., 49, 609 (1982).
5. Caldeira A. O., Leggett A. J. Physica, A121, 587 (1983).
6. Ambegaokar V., Eckern U., Schön G. Phys. Rev. Lett., 48, 1745 (1982).
7. Ларкин А. И., Овчинников Ю. Н. ЖЭТФ, 85, 1510 (1983); Phys. Rev., B28, 6821 (1983).
8. Заикин А. Д., Панюков С. В. ЖЭТФ, 89, 242 (1985).
9. Заикин А. Д., Панюков С. В. ЖЭТФ, 89, 1890 (1985).
10. Chakravarty S., Leggett A. J. Phys. Rev. Lett., 52, 5 (1984).
11. Anderson P. W., Yuval G., Hamann D. R. Phys. Rev., B1, 4464 (1970).

Поступила в редакцию 26 сентября 1985 г.