Краткие сообщения по физике № 12-1985 г.

УДК 621.378

ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ ПОЛЯ ВОЛНЫ НА ДИНАМИКУ ЧАСТИЦ И НА ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЭНЕРГИИ ПУЧКА В ИЗЛУЧЕНИЕ В ЛАЗЕРЕ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ С ПЛОСКИМ ОНДУЛЯТОРОМ

А.В. Серов

Получены уравнения движения частиц в лазере на свободных электронах с плоским ондулятором. Найдены выражения для изменения энергии пучка при модуляции его поперечной координаты и угла инжекции в ондулятор. Показана возможность усиления излучения путем модуляции начальных условий инжекции вдвое меньшей частотой.

В лазере на свободных электронах (ЛСЭ) неоднородность поля волны в поперечном направлении приводит к тому, что эффективность взаимодействия с волной зависит от поперечных координат частицы. Кроме того, в случае неоднородного поля возникает необходимость рассмотреть влияние на работу ЛСЭ модуляции начальных условий инжекции частиц в ондулятор, поскольку модуляция поперечных координат и поперечных скоростей имеет место в реальном ЛСЭ и приводит к тому, что частицы, инжектированные в различные моменты времени, движутся в различных электромагнитных полях.

Неоднородность полей учитывалась при исследовании работы сильноточных СВЧ генераторов /1, 2/ и ЛСЭ со спиральным ондулятором /3, 4/. В настоящей работе рассмотрено влияние неоднородности поля электромагнитной волны на динамику частиц и на преобразование энергии пучка в излучение в ЛСЭ с плоским ондулятором.

Пусть моноэнергетический электронный пучок с начальной скоростью v, параллельной оси z, и энергией $\mathcal{E} = mc^2\gamma$; $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ влетает в плоский ондулятор, магнитное поле плоского ондулятора в прямоугольной системе координат описывается выражениями /5/:

$$H_x = 0; \quad H_y = H\,\mathrm{ch}(ky)\sin(kz); \quad H_z = H\,\mathrm{sh}(ky)\cos(kz), \tag{1}$$

где $k = 2\pi/\lambda$; λ – пространственный период ондулятора; H – амплитуда напряженности магнитного поля. Вдоль оси z ондулятора распространяются прямая E_n и обратная E_0 линейно поляризованные волны генерируемого излучения. Их поля равны по величине и могут быть представлены в виде

$$E_n = E_b \exp(-a) \sin k_b (ct - z); \quad E_0 = E_b \exp(-a) \sin k_b (ct + z), \qquad (2)$$

где $k_b = 2\pi/\lambda_b$; λ_b – длина волны излучения; E_b – амплитуда напряженности электрического поля волны; $a = (x^2 + y^2)/w^2$; w – диаметр электромагнитного луча.

Подставляя (1) и (2) в уравнение движения заряда в электромагнитных полях, проводя усреднение по быстрым осцилляциям, получим:

$$\begin{aligned}
&\ddot{x} + \Omega_\perp^2 x (\lambda/2\pi w)^2 [2C\, \mathrm{ch}(ky) \exp(-a) \cos\varphi - 4C^2 \exp(-2a)] = 0,\\
&\ddot{y} + \Omega_\perp^2 y [1 + 2C\, \mathrm{ch}(ky)(kw)^{-2} \cos\varphi - C \exp(-a)(1 + (ky)^2/6) \cos\varphi -\\
&- 4C^2 \exp(-2a)(kw)^{-2}] = 0, \qquad (3)\\
&\ddot{\varphi} + \Omega_p^2 \mathrm{ch}(ky) \exp(-a) \sin\varphi = 0,
\end{aligned}$$

где $\Omega_\perp = eH/\sqrt{2}\, mc\gamma$ – частота поперечных колебаний; $\Omega_p = e\sqrt{E_b H}/mc\gamma$ – частота фазовых колебаний; $C = E_b/H\beta(1+\beta)\gamma^2$; φ – фаза частицы. Из первого уравнения системы (3) видно, что для некоторого интервала фаз выражение, стоящее в скобках, отрицательно. В этом случае движение по x не является ограниченным даже при малых полях волны. Третье уравнение описывает фазовое движение электронов. Из него следует, что при неоднородных полях волны и ондулятора фазовое движение зависит от поперечных координат. Такая связь фазового и поперечного движений может приводить к резонансам.

Получим выражение, описывающее изменение энергии электрона при его движении через ондулятор. Для этого введем переменные относительного времени $\tau = ct/N\lambda$ и относительной расстройки по энергии /6/ $\mu = 4\pi N(\gamma - \gamma_p)/\gamma_p$, где N – число периодов ондулятора; γ_p – резонансная энергия. Величина резонансной энергии связана с периодом ондулятора и длиной электромагнитной волны соотношением $\lambda_b \approx \lambda/2\gamma_p^2$. Предположим, что изменение интенсивности волны за время τ мало и поперечные отклонения электронов x и y от оси луча меньше его ширины w. Поэтому экспоненту в фазовом уравнении можно представить в виде $\exp(-a) \approx 1 - (x^2 + y^2)/w^2$, а зависимостью поля ондулятора от поперечной координаты y пренебречь, т.к. $(x^2 + y^2)^{1/2} < w < \lambda$. Фазовое уравнение можно записать в виде

$$\dot{\mu} = -\Omega_\tau^2 \sin(\varphi + \varphi_0) + \Omega_\tau^2 [(x^2 + y^2)/w^2] \sin(\varphi + \varphi_0),$$
$$\dot{\varphi} = \mu, \tag{4}$$

где $\Omega_\tau = \Omega_p N\lambda/c$; φ_0 – начальная фаза инжекции в ондулятор.

При малых полях волны систему (4) можно решать, используя разложение в ряд по степеням Ω_τ^2 /6, 7/. В этом случае x-составляющая силы, действующей на частицу, мала, и закон движения по x определяется только начальными условиями инжекции: $x(t) = x_0 + x_0' N\lambda\tau$, где x_0 и $x_0' = dx/dz$ – начальные координата и угол инжекции. Предположим, что $y(t) = 0$. Тогда в первом приближении интегрирование (4) и учет начальных условий дают для изменения энергии электрона следующее выражение:

$$\mu^{(1)} = -(\Omega_\tau^2/\mu_0)(1 - (x_0^2/w^2))[\cos(\mu_0\tau + \varphi_0) - \cos\varphi_0] -$$
$$-(\Omega_\tau^2/\mu_0^2)(2N\lambda x_0 x_0'/w^2)[\sin(\mu_0\tau + \varphi_0) - \sin\varphi_0 - \mu_0\tau\cos(\mu_0\tau + \varphi_0)] -$$
$$-(\Omega_\tau^2/\mu_0^3)(N\lambda x_0'/w)^2[2\mu_0\tau\sin(\mu_0\tau + \varphi_0) + \tau^2\mu_0^2\cos(\mu_0\tau + \varphi_0) + \tag{5}$$
$$+ 2\cos(\mu_0\tau + \varphi_0) - 2\cos\varphi_0].$$

Для определения энергии, переданной волне всеми частицами пучка, соотношение (5) нужно усреднить по начальным фазам. Поскольку электроны при инжекции в ондулятор распределены по фазам равномерно, то усреднение (5) дает нуль. Это говорит о том, что в первом приближении электромагнитная волна в среднем не приобретает энергию за счет электронов и не передает ее им. Во втором приближении среднее изменение энергии пучка на всей длине ондулятора ($\tau = 1$) описывается соотношением

$$\langle\mu^{(2)}\rangle = (\Omega_\tau^4/2)(1 - (x_0^2/w^2))f_0(\mu_0) - (\Omega_\tau^4/w^2)N\lambda x_0 x_0' f_1(\mu_0) +$$
$$+ \Omega_\tau^4 (N\lambda x_0'/w)^2 f_2(\mu_0), \tag{6}$$

где

$$f_0(\mu_0) = (\mu_0 \sin\mu_0 + 2\cos\mu_0 - 2)/\mu_0^3,$$
$$f_1(\mu_0) = (3\sin\mu_0 - \mu_0\cos\mu_0 - 2\mu_0)/\mu_0^4,$$
$$f_2(\mu_0) = (4\cos\mu_0 - 4 + \mu_0^2 - \mu_0\sin\mu_0)/\mu_0^5.$$

Видно, что неоднородность поля волны приводит к зависимости средних потерь энергии пучка от геометрических параметров волны и от начальных условий инжекции.

В реальном ЛСЭ при инжекции электронов в ондулятор имеет место модуляция начальных условий. Она вызвана тем, что на частицы при движении в поле волны и в момент попадания в ондулятор действуют силы, величина которых зависит от фазы. Следовательно, начальные координаты и угол инжекции изменяются с частотой волны. Рассмотрим как при этом происходит преобразование энергии пучка в излучение. Предположим, что координата инжекции изменяется по закону

$$x_0 = x + x_m \cos(\varphi_0 + a), \tag{7}$$

где x — средняя начальная координата; x_m — амплитуда модуляции; a — сдвиг фазы модуляции относительно начальной фазы φ_0. Подставляя (7) в (5) и проводя усреднение по φ_0, получим

$$\begin{aligned}\langle \mu^{(1)} \rangle = &-(\Omega_T^2/w^2\mu_0)\, x_m [x(\cos(\mu_0 - a) - \cos a) + \\ &+ (N\lambda x_0'/\mu_0)(\sin(\mu_0 - a) + \sin a - \mu_0 \cos(\mu_0 + a)].\end{aligned} \tag{8}$$

Из соотношения (8) следует, что при модуляции поперечной координаты электронов среднее изменение энергии пучка обнаруживается уже в первом приближении. При данной начальной расстройке по энергии μ_0 в зависимости от сдвига фазы модуляции a изменение энергии может менять величину и знак.

Когда модулируется не поперечная координата, а угол инжекции среднее изменение энергии пучка также обнаруживается в первом приближении. Если угол модулируется по закону $x_0' = x' + x_m' \cos(\varphi_0 + a)$, где x' — средний угол инжекции, x_m' — амплитуда угловой модуляции, то изменение энергии пучка на всей длине ондулятора описывается выражением:

$$\begin{aligned}\langle \mu^{(1)} \rangle = &(\Omega_T^2/\mu_0^3)(x' x_m' N^2 \lambda^2/w^2)\,[2\mu_0 \sin(\mu_0 - a) - \mu_0^2 \cos(\mu_0 - a) + \\ &+ 2\cos(\mu_0 - a) - 2\cos a] + (\Omega_T^2/\mu_0^2)(x_0 x_m' N\lambda/2w^2)\,[\sin(\mu_0 - a) + \\ &+ \sin a - \mu_0 \cos(\mu_0 - a)].\end{aligned}$$

Увеличение средних потерь энергии пучка возникает и в случае, когда частота модуляции начальных условий инжекции в два раза меньше частоты усиливаемого излучения. Это возможно благодаря нелинейной зависимости поля волны от поперечных координат. Пусть начальная координата инжекции модулируется по закону $x_0 = x + x_m \cos (0{,}5\varphi_0 + a)$. Тогда средние потери энергии пучка равны $\langle \mu^{(1)} \rangle = -(\Omega_r^2 x_m^2 / w^2 2\mu_0)\,[\cos(\mu_0 - 2a) - \cos 2a]$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Братман В.Л. и др. Радиотехника и электроника, 27, 1373 (1982).
2. Карбушев Н.И. и др. Изв. ВУЗов, Радиофизика, 26, 64 (1983).
3. Серов А.В. Препринт ФИАН № 62, М., 1982; ЖТФ, 52, в. 4, 813 (1982).
4. Серов А.В. Препринт ФИАН № 174, М., 1983; Квантовая электроника, 12, в. 3, 516 (1985).
5. Blewett J.P., Chasman R. SSRP Report № 77/05, 1977.
6. Варфоломеев А.А. Лазеры на свободных электронах и перспективы их развития. М., изд-во ИАЭ, 1980.
7. Коломенский А.А., Лебедев А.Н. Квантовая электроника, 5, 7 (1978).

Поступила в редакцию 2 октября 1985 г.