

К НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ АВТОРЕЗОНАНСНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ЛАЗЕРА

О. С. Кизогян, Г. В. Мартиросян

*На основе точных решений уравнений движения электронов
исследованы возможности электронного авторезонансного лаза-
ра, вычислены нелинейные КПД и коэффициент усиления.*

Эффективность взаимодействия электромагнитной волны и частицы в вакууме существенно возрастает и приобретает резонансный характер при наличии постоянного продольного магнитного поля, ибо условие резонанса

$$(1 - p_{\parallel}/\gamma)\omega = \omega' = \Omega_0 = |\vec{B}_0|/\gamma \quad (1)$$

поддерживается автоматически, так как изменение Ω_0 полностью компенсируется изменением частоты ω' , поскольку при движении частицы в волне существует инвариант $I = \gamma - p_{\parallel}$ (авторезонанс) /1/. (Здесь p_{\parallel}/γ — проекция скорости электрона на направление вектора \vec{B}_0 постоянного магнитного поля, γ — релятивистский фактор электрона; принята система единиц $e = m_e = c = 1$). При авторезонансном движении возможны эффекты индуцированного усиления и генерации электромагнитного излучения /2/. Ниже приводятся результаты самосогласованного анализа этих эффектов /3/.

Рассмотрим движение электрона в однородном продольном магнитном поле при наличии эллиптически поляризованной плоской электромагнитной волны с волновым вектором, направленным вдоль постоянного магнитного поля (вдоль оси z). Амплитуду волны и фазу будем считать зависящими от координаты z . В ортах

$$\vec{e}_1 = -\vec{e}_x \sin \xi + \vec{e}_y \cos \xi, \quad \vec{e}_2 = \vec{e}_x \cos \xi + \vec{e}_y \sin \xi, \quad \vec{e}_3 = \vec{e}_z,$$

где $\xi = \omega(t - z)$, поле волны $\vec{A}(z, t) = A_1(z)\vec{e}_1 + A_2(z)\vec{e}_2$, а уравнение движения электрона имеет вид:

$$(d/d\xi)(p_{1,2} - A_{1,2}) = \pm A_{2,1} \mp p_{2,1} (1 - \Omega/\omega I(\tau)),$$

$$dp_3/d\xi = [(A_2 - \partial A_1/\partial\tau)p_1 - (A_1 + \partial A_2/\partial\tau)p_2]/I(\tau), \quad (2)$$

$$d\gamma/d\tau = (A_2 p_1 - A_1 p_2)/I(\tau),$$

где $\tau = \omega z$; $\vec{p} = p_1 \vec{e}_1 + p_2 \vec{e}_2 + p_3 \vec{e}_3$; $I(\tau) = \gamma - p_3 \neq \text{const}$. Эволюция электромагнитной волны в присутствии электронного пучка описывается волновым уравнением

$$d^2 A_{1,2}/d\tau^2 \mp 2dA_{2,1}/d\tau = -4\pi J_{1,2}/\omega^2. \quad (3)$$

Макротоки J_1 и J_2 получаются суммированием одночастичных микроскопических токов, которые определяются динамикой частиц в продольном магнитном поле и электромагнитной волне.

Правые части (3) пропорциональны параметру $4\pi n/\omega^2 = \omega_p^2/\omega^2$ (n — плотность электронного пучка), который можно считать малым для пучков с плотностью тока $I \sim 10$ кА/см² и для $\omega/2\pi \sim 10^2 - 10^3$ ГГц. Нулевое приближение по этому параметру системы уравнений (2), (3) соответствует приближению заданного поля циркулярно поляризованной волны, когда $\vec{A}(z, t) = a\vec{e}_1$. В этом случае решение уравнений (2) имеет вид:

$$p_1(\xi) = (p_{10} - a/\Delta) \cos \Delta(\xi - \xi_0) - p_{20} \sin \Delta(\xi - \xi_0) + a/\Delta,$$

$$p_2(\xi) = (p_{10} - a/\Delta) \sin \Delta(\xi - \xi_0) + p_{20} \cos \Delta(\xi - \xi_0), \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \gamma - \gamma_0 &= (a\sqrt{u_0}/I\Delta) \cos[\Delta(\xi - \xi_0) - \chi_0] - (a\sqrt{u_0}/I\Delta) \cos \chi_0 + \\ &+ (2a^2/I\Delta^2) \sin^2(\Delta/2)(\xi - \xi_0), \end{aligned}$$

где индекс "0" относится к начальным значениям соответствующих величин $\Delta = 1 - \Omega_0/I\omega$, а u и χ определяются как $p_1 = \sqrt{u} \cos \chi$, $p_2 = \sqrt{u} \sin \chi$. Из определения ξ следует связь между фазами влета $\xi_0 = \omega t_0$ и фазами вращения χ_0 :

$$\begin{aligned} \mu \equiv \Delta\tau &= \Delta(\xi_0 - \xi) (c_1 + c_2 \cos \chi_0) - c_3 [\sin \chi_0 - \sin(\chi_0 + \Delta(\xi_0 - \xi))] + \\ &+ \sin \Delta(\xi_0 - \xi), \end{aligned} \quad (5)$$

где постоянные c_i выражаются через u_0 , I , Δ и a . Эта зависимость представляет собой фазовую эволюцию электронного пучка при авторезонансном движении. Усреднением по начальным фазам различных характеристик пучка можно получить их пространственную эволюцию.

Максимально возможное изменение энергии, которым определяется максимально возможный КПД η_m , получается, если все электроны имеют начальные условия $\chi_0 \sim 0$, $u_0 \sim 4a^2/\Delta^2$. При этом $\eta_m \sim a^2/I\Delta^2\gamma_0$. Найдем η в предположении, что имеется моноэнергетичный пучок с одинаковым у всех частиц продольным импульсом и равномерным распределением по начальным фазам вращения χ_0 . КПД равен усредненной по χ_0 потере энергии

$$\eta = \langle u_0 - u \rangle_{\chi_i} / 2I(\gamma_0 - 1). \quad (6)$$

Вычисляя (6) при наличии связи (5), получаем зависимость $\eta = \eta(z)$. На начальной стадии взаимодействия $\eta \propto z$, потом появляются пространственные осцилляции с медленно спадающей амплитудой. Они связаны с колебаниями захваченных в волну частиц и смещением их фаз. Максимальное значение КПД не всегда достигается в первом максимуме. В зависимости от соотношений параметров доминирующими могут быть второй, третий и даже четвертый максимумы. Для параметров $B_0 = 10$ кГц, $\gamma = 20$, $I = 0,1$, $\lambda = 1$ мм, $a = 3,2 \cdot 10^{-2}$ максимальное значение $\eta \sim 10 - 15\%$. Для плотности тока $J = 1$ кА/см² мощность когерентного излучения $\sim 0,1$ ГВт/см². Коэффициент усиления Γ_1 определим соотношением

$$\Gamma_1 = \partial \ln A / \partial \tau, \quad A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}. \quad (7)$$

Для циркулярно поляризованной волны $A_1 = a$, $A_2 = 0$, но из-за нелинейного взаимодействия волны с частицами возможно изменение поляризации поля излучения. Эволюция A_1 и A_2 определяются макроточками J_1 и J_2 (3), которые складываются из микроточков отдельных электронов

$$j_{1,2}(\xi, I_{oi}, \chi_{oi}, u_{oi}) = v_{1,2}(\xi, u_{oi}, I_i, \chi_{oi}) \delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{x}_1(\xi)),$$

где $\vec{x}_i(\xi)$ — координата i -го электрона при $\xi = \xi_i$. Микроточки определяются авторезонансными решениями (4). Для принятой модели пучка макроточки получаются усреднением по χ_0 микроточков:

$$J_1(\tau) = (c/I\Delta) \int_{-\pi}^{\pi} d\chi_0 \left\{ \Delta\sqrt{u_0} \cos[\Delta(\xi - \xi_0) + \chi_0] + a[1 - \cos\Delta(\xi - \xi_0)] \right\}, \quad (8)$$

$$J_2(\tau) = (c/I\Delta) \int_{-\pi}^{\pi} d\chi_0 \left\{ \Delta\sqrt{u_0} \sin[\Delta(\xi - \xi_0) + \chi_0] - a\sin\Delta(\xi - \xi_0) \right\},$$

где $c = 8\pi I^2 J / (I^2 + u_0 + 1)$; J — макроскопическая плотность тока пучка.

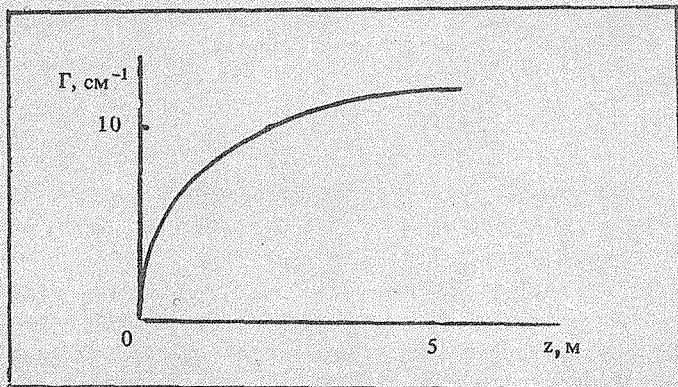


Рис. 1

Уравнения (3), (5) и (8) положены в основу численного анализа нелинейного коэффициента усиления Γ_1 . Расчеты показывают, что для вышечисленных значений параметров локальный коэффициент усиления не превышает 10^{-2} на всем участке взаимодействия. Этим оправдывается принятая теория возмущений.

На рис. 1 приведена зависимость интегрального коэффициента усиления Γ от длины взаимодействия. Максимальное значение усиления достигает $\sim 10 - 12 \text{ см}^{-1}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воронин В. С., Коломенский А. А., Лебедев А. Н. Труды ФИАН, 69, 95 (1973).
2. Братман В. А. и др. Релятивистская СВЧ электроника, изд. ИПФ АН СССР, Горький, 1979, с. 157.
3. Кизогян О. С., Мартиросян Г. В. Препринт ФИАН № 239, М., 1984.

Поступила в редакцию 3 октября 1985 г.