Краткие сообщения по физике № 8-1985 г.

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ, РАВНОМЕРНО ДВИЖУЩЕЙСЯ НА ЗАДАННОМ ОГРАНИЧЕННОМ ОТРЕЗКЕ, С УЧЕТОМ ПЛАВНОГО УСКОРЕНИЯ В НАЧАЛЕ ПУТИ И ПЛАВНОГО ЗАМЕДЛЕНИЯ В КОНЦЕ

И.И. Аббасов

УДК 535.3

Изучено угловое и спектральное распределение излучения заряженной частицы, равномерно движущейся на заданном ограниченном отрезке с учетом плавного ускорения в начале пути и плавного замедления в конце. Полученная формула исследована при малых и больших частотах.

В известной работе И.Е. Тамма /1/ было рассмотрено излучение, возникающее при движении точечной заряженной частицы по конечному пути. При этом предполагалось, что частица вначале покоится, затем мгновенно ускоряется до заданной скорости v, с которой движется в течение заданного времени, а затем мгновенно останавливается. Спектр излучения, возникающего при таком законе движения, как было показано в /1/, не стремится к нулю при высоких частотах $(\omega \to \infty)$, т. е. для полной энергии излучения получается расходящееся выражение. В /5/ было показано, что учет плавного ускорения в начале пути и плавного замедления в конце приводит к падению спектра на больших частотах. Однако в /5/ рассматривался такой закон движения, что время ускорения, время равномерного движения и время замедления имели один порядок величины. В настоящей работе рассматривается задача для случая, когда время равномерного движения и время ускоренного движения являются любыми заданными величинами.

Пусть скорость заряженной частицы меняется по закону:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}[\,\mathrm{th}(t + T_0)/T - \mathrm{th}(t - T_0)/T]/2. \qquad (1)$$

Здесь T – время ускорения или замедления; $2T_0$ – время "равномерного" движения.

Для положения заряда $z(t)$ имеем:

$$z(t) = \int_0^t v(t)\,dt = (vT/2)\,[\ln(\mathrm{ch}(t+T_0)/T) - \ln(\mathrm{ch}(t-T_0)/T)]. \qquad (2)$$

Определим компоненту Фурье векторного потенциала $\vec{A}_\omega(\vec{r})$, которая описывает излучение на частоте ω и на больших расстояниях $\vec{r}$ от пути частицы. Она имеет вид /2/:

$$\vec{A}_\omega(\vec{r}) = q\exp(ikr)\vec{I}/cr, \qquad (3)$$

где q – заряд частицы; $\vec{k}$ – волновой вектор излучаемой волны; c – скорость света; $\vec{I}$ – векторная амплитуда сферической волны поля излучения:

$$\vec{I} = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{v}(t)\exp(i\omega t - i\vec{k}\vec{r}(t))\,dt. \qquad (4)$$

Вектор $\vec{I}$ определяется законом движения заряженной частицы. Подставляя в (4) выражения (1), (2) и используя /3/, получим:

$$\vec{I} = \frac{\pi\omega T^2\vec{v}\left(1-\exp\left(-4\,\frac{T_0}{T}\right)\right)}{4\,\mathrm{sh}(\pi\omega T/2)}\, F\left[1 - i\,\frac{\omega T v\cos\theta}{2},\ 1+\frac{i\omega T}{2},\ 2;\right.$$

$$\left.\left\{1-\exp\left(-\frac{4T_0}{T}\right)\right\}\right], \qquad (5)$$

где $F(\alpha,\beta,\gamma;Z)$ – гипергеометрическая функция /3/. Угловое и спектральное распределение излучения выражается через величину $\vec{I}$ следующим образом /2/:

$$dE_{\vec{n},\omega} = \frac{q^2}{4\pi^2 c}\,|\vec{k}\times\vec{I}|^2\,d\Omega, \qquad (6)$$

где $d\Omega$ – элемент телесного угла. Подставляя в (6) выражение (5), получим

$$dE_{\vec{n},\omega} = \frac{q^2\omega^4T^4v^2\,(1-\exp(-4T_0/T))^2}{64c^3\,\mathrm{sh}^2(\pi\omega T/2)}\,|F(\alpha,\beta,\gamma;Z)|^2\sin^2\theta\,d\Omega, \qquad (7)$$

где θ — угол между $\vec{k}$ и осью z.

Рассмотрим полученную зависимость (7) при малых и больших частотах. При малых частотах $(\omega T \ll 1)$ с учетом равенств /3/

$$F(1,1,2;\ -Z) = \ln(1+Z)/Z, \quad \operatorname{sh} x = x - x^3/3!$$

получим:

$$dE_{\vec{n},\omega} = \frac{q^2\omega^2 v^2 T_0^2}{\pi^2 c^3}\left(1 - \frac{\pi^2\omega^2 T^2}{24}\right)\sin^2\theta\, d\Omega.$$

Это выражение совпадает с результатом И.Е. Тамма при малых частотах /1/. Второе слагаемое в круглых скобках дает поправочный член к формуле Тамма /1/, учитывающий конечное ускорение. При больших частотах $(\omega T \gg 1)$ определяем поведение величины $\vec{I}$ (4) по методу перевала /6/. Это дает

$$\vec{I} = \sqrt{\frac{2\pi}{|\vec{a}(t_0)\vec{k}|}}\ \vec{v}(t_0)\exp[i(\omega t_0 - \vec{k}\vec{r}(t_0))]\exp(i\beta_m).$$

Здесь t_0 определяется из условия $d\Phi(t)/dt|_{t=t_0} = 0$, где $\Phi(t) = \omega t - kr(t)$, $\vec{a}(t_0) = (d^2\vec{r}(t)/dt^2)_{t=t_0}$, а β_m — угол, определяющий направление пути интегрирования в методе перевала. В нашем случае, когда $t_0 = (T/2)\ln(a - \sqrt{a^2-1}) + (i\pi T/2)$,

$$a = \operatorname{ch}(2T_0/T) - (v\cos\theta/c)\operatorname{sh}(2T_0/T).$$

Если $a > 1$ (при больших T_0), интенсивность излучения (6) затухает по экспоненциальному закону

$$dE_{\vec{n},\omega} \sim \exp\{-\pi\omega T[1 - (v/c)\cos\theta]\}.$$

При $a < 1$ интенсивность излучения тоже экспоненциально затухает. При этом

$$dE_{\vec{n},\omega} \sim \exp\left[-\pi\omega T\left(1 - \frac{v}{c}\cos\theta\right)\right]\exp\left[-\omega T(\operatorname{arctg}\sqrt{1-a^2}/a - \right.$$

$$\left. - \frac{v}{c}\cos\theta \operatorname{arctg}\left(\sqrt{\frac{1-a}{1+a}}\ \operatorname{th}\frac{T_0}{T}\right)\right)\right].$$

Таким образом, если закон движения заряда описывается не разрывной, как в (1), а гладкой функцией, то спектр излучения спадает на высоких частотах по показательному закону.

Интенсивность излучения при больших T_0 имеет вид:

$$dE_{\vec{n},\omega} = \frac{q^2 \omega T v \, sh(\pi\omega T \cos\theta/2c) \sin^2\theta \cos^{-1}\theta \, d\Omega}{8\pi c^2 [1 - (v/c)\cos\theta] sh\{\pi\omega T[1 - (v/c)\cos\theta]/2\} sh(\pi\omega T/2)}$$

Это совпадает с результатом /4/.

Автор благодарен В.А. Давыдову за ценные советы при обсуждении настоящей работы.

Поступила в редакцию 27 мая 1985 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тамм И. Е. Собрание научных трудов. М., Наука, 1975.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М., Наука, 1973.
3. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Наука, 1971.
4. Болотовский Б. М., Давыдов В. В. Изв. ВУЗов, сер. радиофизика, 24, № 2, 231 (1981).
5. Аббасов И. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 1, 31 (1982).
6. Свешников А. Г., Тихонов А. Н. Теория функций комплексной переменной. М., Наука, 1970.