Краткие сообщения по физике № 1 1984

ВЫНУЖДЕННОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ТРУБЧАТОМ ЭЛЕКТРОННОМ ПУЧКЕ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

Н. И. Карбушев, А. А. Рухадзе, А. Д. Шаткус

УДК 537.5

Получено характеристическое уравнение, описывающее вынужденное рассеяние мод цилиндрического волновода на трубчатом электронном пучке в сильном продольном магнитном поле. Произведен расчет стартовых токов генерации электромагнитного излучения при различных режимах вынужденного рассеяния.

1. При вынужденном рассеянии электромагнитных волн СВЧ диапазона на сильноточном электронном пучке, наряду с плазменными колебаниями электронов /1/, необходимо также учитывать влияние внешнего магнитного поля, используемого для транспортировки пучка в объеме взаимодействия. Такой учет проводился только для коллинеарного рассеяния плоских волн /2/. Ниже излагаются результаты линейной теории вынужденного рассеяния мод цилиндрического волновода на трубчатом электронном пучке в присутствии сильного продольного магнитного поля $\vec{B}_0$.

Одна из волноводных мод (волна накачки) считается заданной в процессе взаимодействия. Частоту, постоянную распространения, радиальное и азимутальное волновые числа волны накачки обозначим соответственно ω_0, k_0, μ_0, l_0. Пучок в равновесном состоянии предполагается прямолинейным, моноэнергетическим, движущимся вдоль оси волновода со скоростью u, радиус трубчатого пучка – r_b. Исследуется устойчивость в такой системе слабого электромагнитного возмущения, представляющего собой одну из мод цилиндрического волновода радиуса R. Характеристическое уравнение, связывающее частоту ω_s и постоянную распространения k_s

рассеянной волноводной моды, имеет вид:

$$\left(\frac{\omega_s^2}{c^2} - k_s^2 - \frac{\mu_s^2}{R^2}\right)\left\{\left[(\omega_s - \omega_o) - (k_s - k_o)u\right]^2 - \frac{4eI_b\Phi(x)}{m\gamma^3uR^2}\right\} = \frac{eI_b v_E^2(\omega_s - \omega_o)^2F^2}{m\gamma^3u^3R^2c^2}, \tag{I}$$

где e, m – заряд и масса электрона; $\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}$; $x = (\omega_s - \omega_o)R/u\gamma$; I_b – полный ток пучка; $\Phi(x) = (x^2/2) \times [I_l(xr_b/R)/I_l(x)][I_l(x)K_l(xr_b/R) - I_l(xr_b/R)K_l(x)]$; I_l, K_l – цилиндрические функции мнимого аргумента порядка $l = l_s - l_o$, l_s – азимутальное число рассеянной волны; $v_E = e|A_o|/m\gamma(\omega_o - k_ou)$, $|A_o|$ – амплитуда продольной составляющей поля накачки (электрического для накачки Е-типа и магнитного для накачки Н-типа).

Правая часть уравнения (I), пропорциональная квадрату амплитуды накачки и безразмерному форм-фактору F^2, определяет связь рассеянной моды с пучковой волной. Для накачки Е-типа и рассеянной волны Н-типа

$$F^2 = F^2_{E_oH_s} = \frac{(k_o - \omega_o u/c^2)^2R^2}{\mu_o^4\mu_s^2(1-\alpha^2)^2}\left[a(r_b) - \alpha b(r_b)\right]^2; \tag{2а}$$

для накачки Е-типа и рассеянной волны Е-типа

$$F^2 = F^2_{E_oE_s} = \left\{\frac{c(k_s - \omega_s u/c^2)(k_o - \omega_o u/c^2)R}{\mu_o^2\mu_s(\omega_o - k_ou)(1-\alpha^2)}\left[b(r_b) - \alpha a(r_b)\right] + \frac{\mu_s c\psi_s(r_b)}{\gamma^2(\omega_o - k_ou)R}J_{l_o}\left(\mu_o\frac{r_b}{R}\right)\right\}^2; \tag{2б}$$

для накачки Н-типа и рассеянной волны Е-типа

$$F^2 = F^2_{H_oE_s} = \frac{(k_s - \omega_s u/c^2)^2R^2}{\mu_o^4\mu_s^2(1-\alpha^2)^2}\left[a(r_b) - \alpha b(r_b)\right]^2; \tag{2в}$$

наконец, для накачки Н-типа и рассеянной волны Н-типа

$$F^2 = F^2_{H_oH_s} = \frac{(\omega_o - k_o u)^2 R^2}{\mu_o^4 \mu_s^2 c^2 (1-\alpha^2)^2} \left[b(r_b) - \alpha a(r_b)\right]^2. \qquad (2г)$$

Здесь $\alpha = \Omega/\gamma(\omega_o - k_o u)$, $\Omega = eB_o/mc$,

$$a(r_b) = \mu_o l_s \frac{R}{r_b} J'_{l_o}\left(\mu_o \frac{r_b}{R}\right)\psi_s(r_b) + \mu_s l_o \frac{R}{r_b} J_{l_o}\left(\mu_o \frac{r_b}{R}\right)\psi'_s(r_b),$$
$$(3)$$
$$b(r_b) = \mu_o \mu_s J'_{l_o}\left(\mu_o \frac{r_b}{R}\right)\psi'_s(r_b) + \frac{R^2}{r_b^2} l_o l_s J_{l_o}\left(\mu_o \frac{r_b}{R}\right)\psi_s(r_b),$$

причем $\psi_s = J_{l_s}(\mu_s r_b/R)/J'_{l_s}(\mu_s)$, $\psi'_s = J'_{l_s}(\mu_s r_b/R)/J'_{l_s}(\mu_s)$ для рассеянной волны Е-типа; J_{l_s} – функция Бесселя порядка l_s (штрих у функции Бесселя означает производную по полному аргументу); а для рассеянной волны Н-типа $\psi_s = J_{l_s}(\mu_s r_b/R)\Big/\Big[J_{l_s}(\mu_s)\times$ $\times (1 - l_s^2/\mu_s^2)\Big]$, $\psi'_s = \Big[J'_{l_s}(\mu_s r_b/R)/J_{l_s}(\mu_s)(1 - l_s^2/\mu_s^2)\Big]$.

При выводе характеристического уравнения (I), имеющего стандартный для СВЧ приборов О-типа вид /3/, предполагалось, что пучок является слабым возмущением для рассеянной волны и что

$$|\omega_s - \omega_o - (k_s - k_o)u| \ll \min\left\{|\Omega|/\gamma,\ \omega_o - k_o u,\ \ |\omega_o - k_o u - |\Omega|/\gamma|\right\}. \qquad (4)$$

С помощью уравнения (I) исследовались усиление и генерация как попутных, так и встречных по отношению к направлению распространения пучка волн. В рамановском режиме рассеяния /4/, когда определяющую роль играют плазменные колебания электронов в поле комбинационной волны и, следовательно, ток пучка

$$I_b \gg \max\left\{\frac{m\gamma^3 v_E^4 (\omega_s - \omega_o)^4 R^2 F^4}{(4c)^4 u k_s^2 e \Phi^3(x)},\ \ \frac{\pi^2}{4}\,\frac{m\gamma^3 u^3 R^2}{e\Phi(x) L^2}\right\}, \qquad (5)$$

стартовый ток для возбуждения встречной волноводной моды равен

$$I_{st}^{-} = \frac{4\pi^4 m\gamma^3 u^7 c^4 R^2 k_s^2 \Phi(x)}{L^4 e v_E^4 (\omega_s - \omega_o)^4 F^4}, \tag{6}$$

а для возбуждения попутной волноводной моды

$$I_{st}^{+} = 64\, \frac{m\gamma^3 u^7 c^4 R^2 k_s^2 \Phi(x)}{L^4 e v_E^4 (\omega_s - \omega_o)^4 F^4}\, \mathrm{arch}^4 \frac{1}{\varkappa}. \tag{7}$$

В формулах (5) – (7) L – длина объема взаимодействия, торцы которого либо идеально согласованы (6), либо имеют эффективный коэффициент отражения по амплитуде $\varkappa$.

Аналогично в комптоновском режиме /4/, когда полем пучковой волны можно пренебречь и выполняется неравенство, обратное (5), стартовые токи для встречной и попутной волн равны:

$$I_{st}^{-} = \frac{\pi^3 m\gamma^3 u^5 c^2 k_s R^2}{2L^3 e(\omega_s - \omega_o)^2 v_E^2 F^2},$$

$$I_{st}^{+} = \frac{m\gamma^3 u^5 c^2 R^2 k_s}{L^3 e(\omega_s - \omega_o)^2 v_E^2 F^2} \times \begin{cases} \dfrac{16}{3\sqrt{3}} \ln^3 \dfrac{3}{\varkappa}, & \varkappa \ll 1, \\ \dfrac{\pi^3}{2}\left(\dfrac{1}{\varkappa} - 1\right), & 1 - \varkappa \ll 1. \end{cases}$$

В заключение отметим, что приближение моноэнегретического пучка справедливо, если разброс Δp электронов по продольной составляющей импульса достаточно мал

$$\frac{\Delta p(k_s - k_o)}{m\gamma^3} \ll \max\left[2\left(\frac{eI_b\Phi(x)}{m\gamma^3 uR^2}\right)^{1/2};\ \begin{cases} \pi u/L, & \varkappa \simeq 1 \\ (u/L)\ln(3/\varkappa), & \varkappa \ll 1 \end{cases}\right].$$

Кроме того, приближение тонкого трубчатого пучка, которое использовалось выше, означает, что масштаб неоднородности электромагнитных полей в поперечном сечении волновода значительно превосходит толщину пучка $\delta \ll \min\{R/\mu_o,\ R/\mu_s,\ u\gamma/(\omega_s - \omega_o)\}$.

Во всех вышеприведенных выражениях переход к магнитостатической накачке (ондулятору /5/) осуществляется заменой: $\omega_0 = 0$, $J_{1_0} \to I_{1_0}$, $\mu_0 \to k_0 R = 2\pi R/d$ (d – период гофрировки магнитостатического поля.

Поступила в редакцию
31 мая 1983 г.

Литература

1. П. Г. Жуков и др., ЖЭТФ, 76, № 6, 2065 (1979).
2. В. И. Мирошниченко, Изв. ВУЗов, "Радиофизика", 23, № 3, 353 (1980).
3. В. Н. Шевчик, Д. И. Трубецков, Аналитические методы расчета в электронике СВЧ, "Сов. радио", М., 1970 г.
4. Н. И. Карбушев и др., Препринт ФИАН СССР № 84, М., 1982 г.
5. В. Л. Братман и др., в кн. "Релятивистская высокочастотная электроника", изд-во ИПФ АН СССР, Горький, 1979 г., с. 217.