ОТКЛИК АНТЕННЫ НА ПОЛЕ ИОННО–ЗВУКОВОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПЛАЗМЫ

В.Ф. Ковалев, В.П. Силин

УДК 533.951.7

Исследован отклик антенны на поле плазмы с развитой ионно-звуковой турбулентностью.

Прогресс в теории ионно-звуковой турбулентности (ИЗТ), связанный с аналитическим решением основных для такой теории кинетических уравнений /1-3/, позволил дать количественную картину целого ряда физических явлений /1,4-7/, некоторые из которых обсуждались ранее, но не могли быть проанализированы детально из-за недостаточного уровня развития теории ИЗТ. В настоящем сообщении мы изложим результаты теории отклика антенны на поле плазмы с развитой ИЗТ, представляющие развитие работ /8,9/ на базе современных достижений теории ИЗТ.

В качестве исходного соотношения запишем связь между спектральной плотностью флуктуаций $S(\omega)$ напряжения в антенне с эффективной длиной l и спектральной функцией электрического поля $(E_s^2)_{\omega,\vec{k}}$ в плазме /8,9/*)

$$S(\omega) = 2 \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\vec{k}\, k^{-2} [1 - \cos((\vec{k}\vec{e})l)] (E_s^2)_{\omega,\vec{k}}. \qquad (1)$$

Здесь $\vec{e}$ – единичный вектор, задающий ориентацию антенны – бесконечно тонкого провода длины l – в пространстве. Величина $(E_s^2)_{\omega,\vec{k}}$ связана с числом $N_s(\vec{k})$ ИЗ волн с частотой ω_s и волновым вектором $\vec{k}$ соотношением

$$(E_s^2)_{\omega,\vec{k}} = \frac{1}{(2\pi)^2}\, \omega_s (kr_{De})^2 N_s(\vec{k}) [\delta(\omega - \omega_s(\vec{k})) + \delta(\omega + \omega_s(\vec{k}))], \qquad (2)$$

где $r_{De} = (\kappa T_e/4\pi n_e e_e^2)^{1/2}$ – дебаевский радиус электронов с плотностью n_e и температурой T_e.

---

*) Используемые в /8,9/ формулы отличаются от (1) наличием дополнительного множителя $(2\pi)^{-3}$ в правой части.

Для длинноволновой ($kr_{De} < 1$) ИЗТ, возникающей под действием постоянного электрического поля или электронного потока тепла в плазме и насыщающейся за счет квазилинейного взаимодействия и индуцированного рассеяния ИЗ волн на ионах, имеем /1/: $N_s(\vec{k}) = N(k)\Phi(\cos\theta_{\vec{k}})$.
Здесь

$$N(k) = \frac{4\pi n_e \kappa T_e}{k^5 V_{Ti}^2} \gamma_s(k) \ln \frac{1}{kr_{De}}, \quad \gamma_s = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_{Li}}{\omega_{Le}} \omega_s, \tag{3}$$

отвечает спектру Кадомцева – Петвиашвили, где V_{Ti} – тепловая скорость ионов с температурой T_i и зарядом $|Ze_e|$, γ_s – декремент затухания ионного звука с частотой $\omega_s = kV_s$ (V_s – скорость ионного звука), обусловленный черенковским эффектом на электронах; $\omega_{Le(i)}$ – ленгмюровская частота электронов (ионов). Спектр Кадомцева – Петвиашвили (3) обрезан по волновым числам со стороны длинных волн $k \geqslant k_{min}$, где величина k_{min} может быть связана, например, со значением волнового числа, при котором становится существенной столкновительная диссипация (вязкость) звуковых волн. Поэтому функция $S(\omega)$ согласно (1) также резко уменьшается при частотах $\omega < k_{min}V_s$.

Функция $\Phi(\cos\theta_{\vec{k}})$, где $\theta_{\vec{k}}$ – угол между волновым вектором $\vec{k}$ и некоторым выделенным направлением, вдоль которого ориентировано постоянное электрическое поле $\vec{E}$ в плазме, характеризует угловое распределение ИЗТ. Вид этой функции определяется величиной турбулентного числа Кнудсена K_N (r_{Di} – дебаевский радиус ионов)

$$K_N = 3\pi \frac{\omega_{Le}^2}{\omega_{Li}^2} \frac{r_{Di}^2}{r_{De}^2} \left| \frac{e_e\vec{E}}{\kappa T_e} - \nabla \ln n_e T_e \right| \tag{4}$$

и оказывается различным в пределе малых $K_N < (1+\delta)^2$ и больших

$$K_N > (1+\delta)^2, \text{ где } \delta = (\omega_{Le}/\omega_{Li})(ZT_e/T_i)^{3/2}\exp(-ZT_e/2T_i - 3/2).$$

При малых $K_N < (1+\delta)^2$ угловое распределение шума имеет вид

$$\Phi(x) = \frac{4K_N}{3\pi} \frac{1}{x} \frac{d}{dx} \frac{x^4}{1 - x + \Delta}, \quad \Delta = \max\left(\delta, \frac{8K_N}{3\pi} \ln K_N^{-1}\right). \tag{5}$$

Использование формул (5) и (3) приводит к следующему выражению для величины $S(\omega)$

$$S(\omega) = \frac{8K_N}{3\sqrt{2\pi}} n_e r_{De}^3 \kappa T_e \frac{V_s^2}{V_{Ti}^2} \frac{\omega_{Li}}{\omega_{Le}} \frac{l}{\omega r_{De}} \ln \frac{V_s}{\omega r_{De}} F(a, \Psi),$$

$$a = \frac{\omega l}{V_s}, \quad K_N < (1+\delta)^2. \tag{6}$$

Здесь функция $F(a,\Psi)$ зависит от эффективной длины антенны l и от угла Ψ между антенной и вектором электрического поля $\vec{E}$ в плазме. При $\Psi = 0$, т. е. когда антенна направлена вдоль постоянного электрического поля, функция $F(a,0)$ имеет вид:

$$F(a, 0) = (1 - \cos a)[\Delta^2 + 3\Delta + 3 - \Delta^{-1} - 3a^{-2}] - 9/2 - 4\Delta - \Delta^2 + (5 + 2\Delta) \times$$

$$\times \sin a/a + (1+\Delta)^2 \Big\{ \ln \frac{1+\Delta}{\Delta} - [Ci(a(1+\Delta)) - Ci(a\Delta)][\cos(a(1+\Delta)) +$$

$$+ (1+\Delta) a \sin(a(1+\Delta))] - [si(a(1+\Delta)) - si(a\Delta)][\sin(a(1+\Delta)) - a(1+\Delta) \times$$

$$\times \cos(a(1+\Delta))]\Big\}.$$

При $\Psi \neq 0$ приведем аналитические формулы для $F(a,\Psi)$ в пределе малых $\Delta \ll 1$ и больших $\Delta \gg 1$

$$F(a,\Psi) \cong \frac{4}{3\Delta} \Big\{ 1 - 3\cos^2\Psi \frac{\sin a}{a} + \frac{3}{a^3} (1 - 3\cos^2\Psi)(a\cos a - \sin a) \Big\}, \quad \Delta \gg 1, \tag{8}$$

$$F(a,\Psi) \cong \frac{1}{\Delta} [1 - \cos(a\cos\Psi)], \quad \Delta \ll 1. \tag{9}$$

Отметим, что при $\Psi = 0$ формулы (8) и (9) следуют непосредственно из (7). Описываемые формулами (6), (9) периодические осцилляции спектра $S(\omega)$ при изменении параметра a и угла Ψ (так называемый фильтрующий эффект антенны, ср. /9/) связаны с наличием особенности при $x = 1$ спектра (5) при $\Delta \to 0$.

Для больших $K_N > (1+\delta)^2$ угловое распределение шума $\Phi(\cos\theta_{\vec{K}})$ определяется следующим выражением

$$\Phi(x) = \frac{2K_N^{1/2}}{\pi x^2} \frac{d}{dx} \int_0^x \frac{t^5\, dt}{\sqrt{x^2 - t^2 \phi(t, M_n)}} \tag{10}$$

где использованы обозначения /3/

$$\phi(x,M_n) = A_1 + A_2x^2 + A_3x^4 + x^2\sqrt{1-x^2}\,(A_4 - A_3x^2)\ln\frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x},$$

$$A_1 = \frac{1}{2}(M_0 + 2M_1 - 3M_2);\quad A_2 = \frac{1}{16}(7M_0 - 78M_1 + 95M_2);$$

$$A_3 = \frac{1}{16}(-9M_0 + 90M_1 - 105M_2),\quad A_4 = \frac{1}{4}(-M_0 + 12M_1 - 15M_2),$$

$$M_n = \int_0^t dt\,t^{2n}\Phi(t);\quad K_N^{-1/2}\Phi(x) = g(x);$$

$$m_0 = K_N^{-1/2}M_0 = 2{,}04;\quad m_1 = K_N^{-1/2}M_1 = 1{,}10;\quad m_2 = K_N^{-1/2}M_2 = 0{,}72.$$

Использование выражений (10) и (3) приводит к следующей формуле для функции $S(\omega)$

$$S(\omega) = \sqrt{2\pi}\,n_e r_{De}^3 \kappa T_e \frac{V_S^2}{V_{Ti}^2}\frac{\omega_{Li}}{\omega_{Le}}\frac{1}{\omega r_{De}}\ln\frac{V_S}{\omega r_{De}} K_N^{1/2} G(a,\Psi),$$

$$K_N^{1/2} > 1 + \delta.$$

Когда эффективная длина антенны мала $l \ll V_S/\omega$, функция $G(a,\Psi)$ определяется первыми двумя моментами углового распределения

$$G(a,\Psi) = \frac{a^2}{2}\left[m_1 + \frac{1}{2}(m_0 - 3m_1)\sin^2\Psi\right] + 0(a^4) =$$

$$= \frac{\omega^2 l^2}{2V_S^2}(1{,}1 - 0{,}63\sin^2\Psi) + 0(a^4).$$

Напротив, для большой эффективной длины антенны $l \gg V_S/\omega$ получаем следующее асимптотическое разложение для $G(a,\Psi)$

$$G(a,\Psi) \cong m_0 - g(\cos\Psi)\frac{\sin a}{a} + 0(a^{-3/2}) \cong 2{,}04 - g(\cos\Psi)\frac{V_S}{\omega l}\sin\frac{\omega l}{V_S} +$$

$$+ 0((\omega l/V_S)^{-3/2});\quad \omega l/V_S \gg 1.$$

Полученное нами описание закономерностей отклика антенны на турбулентный шум в плазме с ИЗТ, во-первых, может быть использовано для анализа такого шума и, в первую очередь, для получения сведений о его угловом распределении, а, во-вторых, характеризует тот уровень помех, который может препятствовать регистрации регулярных сигналов, распространяющихся в плазме с ИЗТ.

Поступила в редакцию 28 сентября 1983 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Ю. Быченков, В.П. Силин, ЖЭТФ, 82, 1886 (1982).
2. В.Ю. Быченков, О.М. Градов, В.П. Силин, ЖЭТФ, 83, 2073 (1982).
3. В.Ю. Быченков, О.М. Градов, В.П. Силин, Препринт ФИАН, № 14, М., 1983 г.
4. В.Ю. Быченков, В.Ф. Ковалев, В.П. Силин, Физика плазмы, 9, 1184 (1983).
5. В.П. Силин, Краткие сообщения по физике ФИАН, № 5, 59 (1983).
6. В.Ю. Быченков, В.П. Силин, Г.А. Чокпарова, Препринт ФИАН, № 247, М., 1983 г.
7. В.Ю. Быченков, В.П. Силин, С.А. Урюпин, Препринт ФИАН, № 266, М., 1982 г.
8. R. Grabowski, Planet. Space Sci., 20, 571 (1972).
9. R. Grabowski, Phys. Fluids, 18, 1387 (1975).