Краткие сообщения по физике № 4-1984 г.

ОБ ЭВОЛЮЦИИ ЭЛЕКТРОННОЙ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В ПЛАЗМЕ С РАЗВИТОЙ ИОННО–ЗВУКОВОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТЬЮ

В.Ю. Быченков, В.П. Силин, С.А. Урюпин

УДК 533.951

Исследована эволюция функции распределения электронов в плазме с ионно-звуковой турбулентностью (ИЗТ). Найдено автомодельное распределение и установлено время перестройки к нему исходного максвелловского.

Распределение электронов в плазме малой плотности с высоким уровнем ионно-звуковых шумов, когда несущественны парные столкновения электронов, изучалось в квазилинейной теории ИЗТ, пренебрегавшей индуцированным рассеянием звука на ионах /1/ (см. также обзор /2/). Вместе с тем, индуцированное рассеяние приводит к спектру ИЗТ, отличающемуся от следующего из квазилинейного рассмотрения и характеризующемуся распределением Кадомцева – Петвиашвили по частоте и угловым распределением, установленным в /3,4/. В настоящем сообщении на основании развитых ранее в /5–11/ представлений о релаксации электронной функции распределения изучена эволюция электронного распределения в плазме, спектр ИЗТ которой установлен в /3,4/.

Основу нашей теории составляет кинетическое уравнение (1) работы /12/ для симметричной части функции распределения f_0, записанное в условиях, отвечающих возможности полностью пренебречь электрон-электронными столкновениями:

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial}{\partial v}\,(Av^3 + Bv^{-3})\,v^2\,\frac{\partial f_0}{\partial v}. \qquad (1)$$

Здесь

$$A = \frac{2U^2}{9\pi v_0 \tau_\epsilon},\quad B = \frac{2\beta_0 v_0^5}{\beta_\| K \tau_\epsilon},\quad \tau_\epsilon = \frac{2v_0^2}{\nu_0 v_S^2 \beta_\| \sqrt{K}},$$

$U = (2\pi)^{3/2} n_e^{-1} v_0^3 f_0\,(v = 0)$, n_e – плотность электронов, $v_0 = \omega_{Le} r_{De}$, $\omega_{Le\,(i)}$ –

ленгмюровская частота электронов (ионов), r_{De} — дебаевский радиус, v_s — скорость звука, $\sqrt{K}\nu_0^{-1}$ — эффективное время релаксации импульса электрона, $\sqrt{K} = K_N(\sqrt{1+K_N} - 1)^{-1}$, K_N — турбулентное число Кнудсена, β_0 и $\beta_\parallel$ — изученные в /12/ функции K_N и параметра δ, характеризующего относительный вклад черенковского эффекта на ионах в затухание звука.

Рассмотрим сначала область сравнительно небольших скоростей, когда

$$v < \left(\frac{B}{A}\right)^{1/6} = v_0\left(\frac{9\pi\beta_0}{\beta_\parallel K U^2}\right)^{1/6} \equiv q(t)\, v_0(t). \qquad (2)$$

Тогда в (1) можно пренебречь слагаемым, пропорциональным A, и уравнение (1) сводится к изучавшемуся в /2,5,6–8/. Зависящее от начальных условий решение выписано в /5/ через функцию Грина этого уравнения. В отличие от /5/, следуя процедуре, предложенной в /2/, выпишем решение уравнения (1) в области (2) в форме, обеспечивающей сохранение полного числа частиц. Соответствующее решение, отвечающее в начальный момент t = 0 максвелловской функции распределения, имеет вид

$$f_0(v,t) = F\left(\frac{2}{5}\, v^{5/2}, \tau_1(t)\right), \qquad (3)$$

$$F(x,\tau_1) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} dp\, e^{p\tau_1}\Big\{x^{2/5}K_{2/5}(x\sqrt{p})\,p^{1/5}\Phi(p)\,\Gamma\left(\frac{3}{5}\right)\frac{2^{3/5}}{\pi}\times$$

$$\times\sin\frac{2\pi}{5} + x^{2/5}K_{2/5}(x\sqrt{p})\int_0^x dz\, z^{3/5} f_m[(5z/2)^{2/5}]\, I_{2/5}(z\sqrt{p}) + \qquad (4)$$

$$+ x^{2/5} I_{2/5}(x\sqrt{p})\int_x^\infty dz\, z^{3/5} f_m[(5z/2)^{2/5}]\, K_{2/5}(z\sqrt{p})\Big\},$$

где $\sigma > 0$, $K_{2/5}(x)$ и $I_{2/5}(x)$ — модифицированные функции Бесселя, $\Phi(p)$ — образ Лапласа функции $F(0,\tau_1)$, $\Gamma(x)$ — гамма-функция, $\tau_1(t) = \int_0^t dt' B(t')$. Зависимость $\Phi(p)$ от p находится из условия сохранения полного числа электронов

$$n_e = 4\pi\left(\frac{5}{2}\right)^{1/5}\int_0^\infty x^{1/5} F(x,\tau_1(t))\,dx. \qquad (5)$$

Формула (4) описывает выполаживание с течением времени первоначального максвелловского $f_m(v)$ распределения электронов, характеризуемого тепловой скоростью $v_{Te}(0)$. При этом в начальный промежуток времени, когда $[\tau_1(t)]^{1/5} < v_{Te}(0)$, перестройка функции распределения происходит лишь в области малых скоростей $v < \tau_1^{1/5} < v_{Te}(0)$, где коэффициент диффузии (при $A = 0$) максимален и где $f_0(v,t) \cong f_m(0)$. В более поздние моменты времени, когда $[\tau_1(t)]^{1/5} \gtrsim v_{Te}(0)$, происходит перераспределение основной массы электронов к состоянию, описываемому функцией $f_0(v,t) \cong n_e/4\pi\Gamma(3/5)[5\tau_1^3(t)]^{1/5}$, отвечающей плато, проседающему со временем.

Одновременно с формированием на участке малых скоростей (см. (2)) проседающего со временем плато, осуществляется перестройка функции распределения со стороны больших скоростей $v > (B/A)^{1/6}$. Эволюция распределения частиц при $v > (B/A)^{1/6}$ описывается уравнением (1), в котором можно опустить слагаемое, пропорциональное B. В отличие от случая малых скоростей (2), когда распределение частиц не зависит от вида функции распределения в области больших скоростей $v > (B/A)^{1/6}$, в случае, противоположном (2), распределение частиц при $v > (B/A)^{1/6}$ не зависит от их распределения при $v < (B/A)^{1/6}$ лишь течение времени $\tau_1^{1/5}(t) \lesssim q(0)v_{Te}(0)$, когда можно пренебречь диффузией частиц в область высоких скоростей. При $\tau_1^{1/5}(t) < q(0)v_{Te}(0)$ решение уравнения (1) в области $v > (B/A)^{1/6}$ аналогично полученному в /9/ и имеет вид

$$f_0(v,t) = \frac{1}{v^2\tau_2(t)}\int_0^\infty du f_m(u) I_4\left[\frac{2}{\tau_2(t)\sqrt{uv}}\right]\exp\left[-\frac{u+v}{uv\tau_2(t)}\right], \qquad (6)$$

где $\tau_2(t) = \int_0^t dt' A(t')$. В пределе $v > \tau_2^{-1}(t) > q(0)v_{Te}(0)$, из (6) получаем

$$f_0(v,t) \cong \frac{d(t)}{v^4},\ d(t) = \frac{1}{24\tau_2^5(t)}\int_0^\infty \frac{du}{u^2} f_m(u)\exp\left[-\frac{1}{u\tau_2(t)}\right]. \qquad (7)$$

Это распределение $\propto v^{-4}$ подобно квазистационарному, установленному в /12/ (формула (9) в /12/), однако отличается от него временной зависимостью, приводящей к изменению функции $d(t)$ с течением времени. Как и в случае распределения (9) в /12/, область применимости решения (7), связанная с требованием малости несимметричной части функции распределения, ограничена со стороны больших скоростей неравенством $v < v_{Te}(0) \times \sqrt{\omega_{Le}/\omega_{Li}}$.

В заключение приведем вид распределения электронов, которое устанавливается к моменту времени $t \sim \tau_\epsilon(0)$ (или, что одно и то же, $[\tau_1(t)]^{1/5} \sim$

$\sim \tau_2^{-1}(t) \sim q(0)v_0(0))$, когда исчезает зависимость решения уравнения (1) от начальных условий. При этом мы приведем результат для наиболее простого случая $K_N \ll 1$. Тогда, в предположении установившегося значения величины параметра δ, следуя /8,10,11/, решение уравнения (1) ищем в виде

$$f_0(v, t) = n_e v_0^{-3}(t) V(v/v_0(t)). \tag{8}$$

Выражение (8) может быть решением уравнения (1), если $v_0(t)$ изменяется во времени по закону $v_0(t) = v_0(0)[1 + t/\tau_\epsilon(0)]$. Отметим, что именно такая зависимость $v_0(t)$ от времени следует из уравнения (6.14) работы /3/, описывающего нагрев электронов. В соответствии с соотношением (8), для функции $V(v/v_0(t))$ находим

$$V(u) = C_2^{-1} \int_u^\infty \frac{x\,dx}{a_1 + a_2 x^6} \exp\left[\int_u^x \frac{z^4\,dz}{a_1 + a_2 z^6}\right], \tag{9}$$

где $a_1 = \beta_0/2$, $a_2 = 2\beta_\parallel U^2/9\pi$, а постоянная C_2 определяется из условия нормировки распределения (8). В условиях $a_1 \gg a_2$, реализующихся, например, при $\delta \ll 1$ (когда $a_1/a_2 \sim 10$), выражения (8), (9) отвечают установленному ранее /2/ распределению вида $f_0 \sim \exp(-v^5)$. В случае $a_2 \gtrsim a_1$ (или $\delta \gtrsim 1$), распределение электронов описывается плато, переходящим с увеличением скорости в степеное $\sim v^{-4}$. В частности, в пределе $v \ll v_0(t)$, в соответствии с установленной ранее зависимостью (3), (4), функция распределения (8) $f_0(v,t) \cong f_0(v = 0, t)$, то есть практически не зависит от скорости и убывает со временем по закону t^{-3}.

В противоположном пределе $v \gg v_0(t)$ имеем

$$f_0(v, t) \cong \frac{n_e v_0(t)}{4a_2 C_2 v^4}, \tag{10}$$

что согласуется с выражением (7), в котором функция $d(t)$ теперь определена с учетом условия непрерывности потока частиц при $v \sim v_0(t)$. Сопоставление выражений (9) из /12/, (7), (10) позволяет говорить об универсальности распределения частиц $f_0 \sim v^{-4}$ в области высоких скоростей.

Поступила в редакцию 11 октября 1983 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.И. Рудаков, Л.В. Кораблев, ЖЭТФ, 50, 220 (1966).

2. А.А. Галеев, Р.З. Сагдеев, в сб. "Вопросы теории плазмы". т. 7, Атомиздат, М.,1973 г., с. 3.
3. В.Ю. Быченков, В.П. Силин, ЖЭТФ, 82, 1886 (1982).
4. В.Ю. Быченков, О.М. Градов, В.П. Силин, Препринт ФИАН, № 14, М., 1983 г.
5. C.T. Dum, Phys. Fluids, 21, 915 (1978).
6. Л.М. Коврижных, ЖЭТФ, 52, 1406 (1967).
7. A.B. Langdon, Phys. Rev. Lett., 44, 575 (1980).
8. R. Balescu, J. Plasma Phys., 27, 553 (1982).
9. M.D. Kruskal, I.B. Bernstein, Phys. Fluids, 7, 407 (1964).
10. Г.Е. Векштейн, Д.Д. Рютов, Р.З. Сагдеев, ЖЭТФ, 60, 2142 (1971).
11. Г.Е. Векштейн, Д.Д. Рютов, Р.З. Сагдеев, Письма в ЖЭТФ, 12, 419 (1970).
12. В.Ю. Быченков, В.П. Силин, С.А. Урюпин, Краткие сообщения по физике ФИАН, № 10, 25 (1983).