

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ УСИЛЕНИЕ ВОЛН В СРЕДЕ С ПРОСТРАНСТВЕННОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ СКОРОСТИ ЗВУКА

В.Н. Стрельцов

УДК 534.22

Рассматривается отражение звуковой волны от слоя вещества, скорость звука в котором испытывает периодическую пространственную модуляцию, при одновременном возбуждении в слое двух встречных волн накачки. Показано, что отражение в таких условиях может сопровождаться обращением волнового фронта падающей волны и усилением отраженной волны.

В последнее время большое внимание привлекает проблема обращения волнового фронта в акустике [1,2]. Среди различных предложенных схем особый интерес представляет обращение звуковой волны с одновременным ее параметрическим усилением в результате высокочастотной однородной модуляции скорости звука в объеме. Такая модуляция может быть в принципе осуществлена с помощью внешних электромагнитных полей.

В настоящей заметке рассматривается другая возможность реализации подобного обращения, основанная на использовании сред с определенным пространственно-периодическим изменением скорости звука. Заметим, что практическое создание таких "звуковых решеток" с заданным периодом (как будет видно ниже, сравнимым с длиной волны усиливаемого звукового пучка), в отличие от оптики, в акустическом диапазоне является относительно несложной задачей.

Рассмотрим распространение квазиплоской звуковой волны вдоль положительного направления некоторой координатной оси z в однородной акустической среде со слоем вещества $0 \leq z \leq L$, скорость звука v в котором испытывает пространственную периодическую модуляцию. Распределение v для простоты аппроксимируем первой гармоникой

$$v = c(1 + \nu \sin qz), \quad (1)$$

где c — скорость звука в окружающей среде, $\nu < 1$. Пусть в среде дополнительно возбуждаются две интенсивные встречные звуковые волны накачки одинаковой частоты Ω , сдвинутые по фазе на некоторый угол ϕ . Тогда про-

пространственно-временное изменение v будет иметь вид

$$v = c(1 + \nu \sin q[z - a \cos(\Omega t - Qz + \phi) - b \cos(\Omega t + Qz)]), \quad (2)$$

где a и b - амплитуды смещений в соответствующей волне накачки. Отметим сразу, что вместо двух указанных волн может быть использована одна волна с последующим ее отражением от противоположной границы слоя с помощью дополнительной решетки с периодом π/Q .

Правую часть (2) разложим в ряд по функциям Бесселя, причем в разложении удержим лишь слагаемое с пространственным периодом, равным периоду решетки. Тогда

$$v = c[1 - 2\nu \sin(qz) J_1(qa) J_1(qb) \cos(2\Omega t + \phi)], \quad (3)$$

здесь J_1 - функция Бесселя первого порядка. В гидродинамическом приближении в условиях (3) уравнение для возмущения плотности ρ в звуковой волне запишем в виде

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - \Delta(v^2 \rho) = 0. \quad (4)$$

Здесь и далее во избежание громоздкости мы будем пренебрегать затуханием, а также всеми частотными и волновыми расстройками.

Исследуем стационарный режим рассеяния. Поле ρ в среде в приближении заданной накачки будем искать в виде

$$\rho = \frac{1}{2} \rho_+(z) e^{i(\omega t - kz)} + \frac{1}{2} \rho_-(z) e^{i(\omega' t + k' z)} + \text{к.с.}, \quad (5)$$

где ρ_+ , ρ_- - медленные амплитуды соответственно падающей и возникающей отраженной волн

$$\frac{1}{\rho_+} \frac{d\rho_+}{dz} \ll k = \frac{\omega}{c}; \quad \frac{1}{\rho_-} \frac{d\rho_-}{dz} \ll k' = \frac{\omega'}{c}.$$

Эффективное взаимодействие этих волн, как нетрудно убедиться, будет иметь место в условиях пространственного синхронизма $|q| = |k - k'|$, при этом $\Omega = (\omega + \omega')/2$. Считая выполненными написанные точные равенства, подставляя (3), (5) в (4), и проводя обычное усреднение по быстрым пространственным осцилляциям, для медленных амплитуд получаем следующую систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_-}{dz} &= -\frac{\nu k'}{2} J_1(qa) J_1(qb) e^{i\phi} \rho_+^*, \\ \frac{d\rho_+^*}{dz} &= \frac{\nu k}{2} J_1(qa) J_1(qb) e^{i\phi} \rho_-, \end{aligned} \quad (6)$$

Отсюда для ρ_- , ρ_+^* находим

$$\begin{pmatrix} \rho_- \\ \rho_+^* \end{pmatrix} = A_1 \begin{pmatrix} i\sqrt{\frac{k'}{k}} e^{i\phi} \\ 1 \end{pmatrix} e^{i\alpha z} + A_2 \begin{pmatrix} -i\sqrt{\frac{k'}{k}} e^{i\phi} \\ 1 \end{pmatrix} e^{-i\alpha z}, \quad (7)$$

где $\alpha = (\nu/2) J_1(qa) J_1(qb) \sqrt{kk'}$. Если амплитуда падающей волны при $z = 0$ равна S , то с учетом граничного условия $\rho_-(L) = 0$ для амплитуды отраженной волны на входе рассеивающего слоя окончательно имеем

$$\rho_-(0) = S^* \sqrt{k'/k} e^{i\phi} \operatorname{tg} \alpha L. \quad (8)$$

Таким образом волновой фронт отраженной волны оказывается сопряженным к падающему волновому фронту и дополнительно смещен по отношению к нему на постоянный фазовый угол ϕ . Видно также, что отношение амплитуд отраженной и падающей волн составляет величину $|\rho_-(0)/\rho_+(0)| = (k'/k)^{1/2} \operatorname{tg} \alpha L$ и при $\alpha L \gg 1$ рассеяние звуковой волны сопровождается ее усилением. В далекой антистоксовой области ($\omega' \gg \omega$) усиление может возникать при существенно меньшей длине взаимодействия $\operatorname{tg} \alpha L \sim (k'/k)^{1/2}$, при этом сам "инкремент" α возрастает как $(k')^{5/2}$.

В заключение отметим, что в нашем случае, в отличие от близкого процесса трехфоновного взаимодействия волн в среде с кубической нелинейностью, в принципе, можно избежать паразитной перекачки энергии возбуждения в высшие гармоники; последнее обстоятельство, как известно, делает в акустике практически непригодным использование обычных нелинейных сред в качестве параметрических усилителей.

Поступила в редакцию 29 августа 1983 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф.В. Бункин, Д.В. Власов, Ю.А. Кравцов, Квантовая электроника 8, 1144 (1981).
2. Ф.В. Бункин, Д.В. Власов, Ю.А. Кравцов, Препринт ФИАН, № 90, М., 1982 г.