Краткие сообщения по физике № 5-1984 г.

АСИМПТОТИЧЕСКАЯ СВОБОДА И ХИГГСОВЫ БОЗОНЫ

Т.И. Маглаперидзе, В.Я. Файнберг

УДК 530.145

Показано, что теория массивных (хиггсовых) бозонов, взаимодействующих с полем Янга-Миллса без члена $\lambda\phi^4$, является вне рамок теории возмущений (ТВ) перенормируемой и асимптотически свободной, однако в возникшем динамическим путем члене $\sim \lambda\phi^4$ не удается найти явную зависимость λ от неабелевого заряда g, даже в случае слабой связи.

Для спонтанного нарушения симметрии широко используется механизм Хиггса. При этом перенормируемость теории сохраняется в рамках ТВ, только если член самодействия $\sim \lambda\phi^4$ вводится в лагранжиан с самого начала. В случае взаимодействия бозонов с неабелевыми полями (в отсутствие фермионов) появление такого члена нарушает асимптотическую свободу /1/ и возникает проблема внутренней замкнутости теории ("нуль-заряд" /2/). Введение члена $\lambda\phi^4$ с неопределенной константой λ не позволяет также выразить массу хиггсовского бозона через исходные константы теории. Несколько лет назад Салам и Страсди /3/ высказали мысль (и привели в ее пользу качественные соображения) о том, что конечный член $\sim \lambda\phi^4$ можно получить динамически, выйдя за рамки ТВ и опираясь на асимптотическую свободу исходной константы Янг-Миллсовского (ЯМ) взаимодействия g. Они показали, что разложение λ начинается с g^2 и предположили, что это позволит оценить массу хиггсовского бозона.

Мы покажем, что теория массивных бозонов, взаимодействующих с ЯМ полем без члена $\lambda\phi^4$, является перенормируемой вне рамок ТВ и асимптотически свободной; что, с другой стороны, в возникшем динамическим путем члене $\sim \lambda\phi^4$ константа λ при малых g^2 пропорциональна g^2, но коэффициент пропорциональности остается неопределенным. Более того, для этого коэффициента возникает числовой асимптотический ряд с факториально растущими членами. Поэтому проблема определения массы хиггсовского бозона при таком подходе по-прежнему остается открытой.

Для оценки асимптотического поведения вершин используются их ренормгрупповые свойства. Чтобы избежать появления аномальных размерностей и вильсоновского разложения, вводятся ренорминвариантные одночастично-неприводимые (ОЧН) вершины. Они не обязательно являются калибровочно-инвариантными величинами. Однако интересующие нас физические величины ("заряды", матричные элементы рассеяния на массовой поверхности и т.п.) не зависят от выбора калибровочного условия. Это позволяет упростить анализ и использовать поперечную калибровку Ландау. Ее выделенность проявится ниже. Чтобы по возможности отвлечься от инфракрасных неприятностей, бозоны предполагаются массивными.

Рассмотрим лагранжиан вида

$$- (F_{\mu\nu})^2/4 - |D_\mu \phi|^2 - m_0^2 \phi^* \phi/2,$$

где $D_\mu = \partial_\mu + ig_0 \tau^a A_\mu^a$, A_μ^a – ЯМ поле, τ^a – генераторы представления для ϕ; член $\lambda_0 \phi^4$ отсутствует. Мы не выписываем также члены, фиксирующие калибровку и зависящие от частиц-духов. Покажем, что эффективное действие содержит члены $\sim \phi^4$, конечные вне ТВ. Ответственной за такие члены является ОЧН перенормированная вершинная функция $\Gamma_4^{abcd}(p_1 ... p_4, g, m)$, соответствующая бозон – бозонному рассеянию в этой модели. Известно, что эта функция не является ренорминвариантной. Удобно ввести переномированные величины вида (опускаем групповые индексы)

$$F_n(p_1, ... p_n, g, m) \equiv (\prod_{i=1}^{n} d^{1/2}(p_i))\, \Gamma_4(p_1, ... p_n, g, m),$$

где d_i – безразмерная часть (скалярная по групповым индексам) одночастичной функции Грина i-ой частицы, g – ЯМ заряд. При масштабных преобразованиях имеем

$$F_n(\gamma p_1, ... \gamma p_n, g, m) = \gamma^{n-4} F_n(p_1, ... p_n, g(t), m(t)). \qquad (1)$$

Здесь $g(t)$ и $m(t) = m\exp(-t/2) = m/\sqrt{\gamma}$ – ренорминвариантные заряд и масса; $t = \ln\gamma$ /1/. Видно, что, исключая тривиальный множитель *), отражающий нормальную размерность F_4, эти функции ведут себя как ренорминвариантные величины. Введем обозначения:

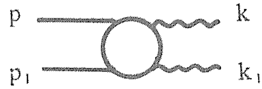
*) Этот множитель всегда можно исключить, введя безразмерные функции.

$$D_{\mu\nu}^{ab} = -\frac{\delta^{ab}}{k^2 + i\epsilon}\left[\left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2}\right) d(k^2) + \alpha\,\frac{k_\mu k_\nu}{k^2}\right], \qquad (2)$$

— функция распространения глюона ($\sim\!\sim\!\sim$),

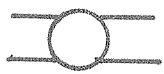
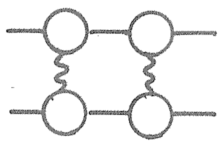
$$D^{ab} = \Delta(k^2)\,(m^2 - k^2 - i\epsilon)^{-1}\,\delta^{ab}$$

— функция распространения бозона (———),

$F_{\mu\nu}^{abcd}(p, p_1 | k, k_1) =$ 

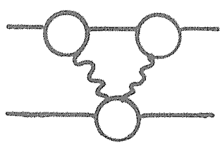
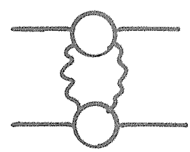
$F_4^{abcd}(p, p_1 | q, q_1) =$ 

— безразмерные F-функции, описывающие рассеяние бозона на глюоне и бозона на бозоне. Для F_4 можно написать следующее символическое уравнение

$F_4 =$  $=$  $+$

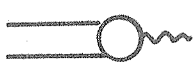
a

(3)

$+$  $+$  $+ \ldots$.

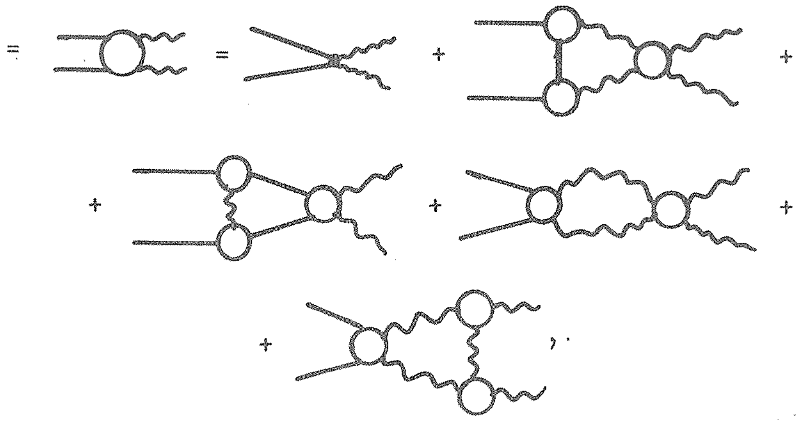
b c

Здесь не выписаны кроссдиаграммы и диаграммы более высокого порядка по функциям F, включающие частицы-духи; внутренние линии — свободные одночастичные функции распространения;

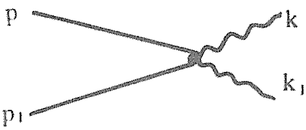
 

соответствующие F-функции. Аналогичные уравнения можно написать для других F-функций. Выпишем уравнение, которое нам понадобится для доказательства конечности F_4 в (3):

$F^{abcd}_{\mu\nu}$ =



где



$$= \delta_{\mu\nu}\delta^{ab}\delta^{cd}g^2\Delta^{1/2}(p^2)\Delta^{1/2}(p_1^2)d^{1/2}(k^2)d^{1/2}(k_1^2).$$

В поперечной калибровке ($\alpha = 0$ в (2)) диаграммы "a" и "b" в низшем порядке ТВ конечны и $\sim g^4$. Единственная расходящаяся в ТВ диаграмма – типа "c". Докажем ее сходимость вне ТВ. Она равна (в евклиде)

$$F_4^{abcd} = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4k F^{acef}_{\mu\lambda}(p, p_1|k, p+p_1-k)D^{ee}_{\mu\nu}(k) \times$$
$$\times F^{bde'f'}_{\nu\sigma}(q, q_1|k, q+q_1-k)D^{ff'}_{\lambda\sigma}(p+p_1-k). \tag{4}$$

Оценим асимптотику $F^{abcd}_{\mu\nu}(p,p_1|k,k_1)$ при k и $k_1 \to \infty$. Анализ показывает, что для этого достаточно рассмотреть структуру в $F^{abcd}_{\mu\nu} \sim \delta^{ab}\delta^{cd}\delta_{\mu\nu}F$, где F – лоренц-инвариантная безразмерная функция. Используя (1), можно написать ($p + p_1 + k + k_1 = 0$):

$$F\left(\frac{p^2}{\mu^2}, \frac{p_1^2}{\mu^2}, \frac{k^2}{\mu^2}, \frac{k_1^2}{\mu^2}, \frac{(p+p_1)^2}{\mu^2}, \frac{(p-k)^2}{\mu^2}, \frac{m^2}{\mu^2}, g\right) =$$

$$= F\left(\frac{p^2}{\gamma\mu^2}, \frac{p_1^2}{\gamma\mu^2}, \frac{k^2}{\gamma\mu^2}, \frac{k_1^2}{\gamma\mu^2}, \frac{(p+p_1)^2}{\gamma\mu^2}, \frac{(p-k)^2}{\gamma\mu^2}, \frac{m^2(t)}{\mu^2}, g(t)\right).$$

Выберем $\gamma = k^2/p^2$ и будем считать $k \gg p^2 \sim p_1^2 \sim (p+p_1)^2$. Имеем:

$$F\left(\frac{p^2}{\gamma\mu^2}, \ldots, \frac{m^2(t)}{\mu^2}, g(t)\right) = d^{1/2}\left(\frac{p^2}{\mu^2}, g(t)\right) d^{1/2}\left(\frac{p_1^2}{\mu^2}, g(t)\right) \times$$

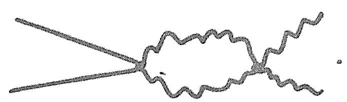
$$\times \Delta^{1/2}\left(\frac{p^4}{k^2\mu^2}, g(t)\right) \Delta^{1/2}\left(\frac{p_1^4}{k^2\mu^2}, g(t)\right) \Gamma\left(\frac{p^2}{\gamma\mu^2}, \ldots, \frac{m^2(t)}{\mu^2}, g(t)\right). \tag{5}$$

При больших γ:

$$d\left(\frac{p^2}{\mu^2}, g(t)\right) \to 1 + 0(g^2(t)),$$

$$\Delta\left(\frac{p^2}{\gamma\mu^2}, \frac{m^2(t)}{\mu^2}, g(t)\right) \to 1 + 0(g^2(t)).$$

Разлагая теперь Γ в (5) в ряд ТВ, имеем: $\Gamma = g^2(t)$ + члены $\sim g^4(t)$ и более высокого порядка. Поскольку в (5) входит Γ, зависящее от трех инвариантов, стремящихся к нулю при $\gamma \to \infty$, мы попадаем в область исключительных импульсов и не можем отбросить члены $\sim g^4(t)$ и более высокого порядка. Необходимо оценить вклад в Γ членов $\sim g^4$ и выше по ТВ, сделав замену $g^2 \to g^2(t)$; $(p+p_1)^2, p^2, p_1^2 \to (p+p_1)^2/\gamma, p^2/\gamma, p_1^2/\gamma$, и выяснить их поведение при $\gamma \to \infty$. Рассмотрим сначала вклад в Γ от расходящейся диаграммы



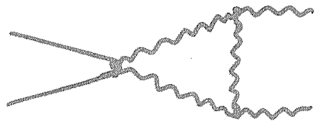
Он пропорционален после перенормировки величине

$$g^4(t)\left[\ln\frac{(p-k)^2}{\gamma\mu^2}+\ln\frac{(p_1-k)^2}{\gamma\mu^2}+\delta\ln\frac{(p+p_1)^2}{\gamma\mu^2}\right],$$

где $\gamma = k^2/\mu^2$ — численная константа и мы учли кросссимметрию при замене $p \leftrightarrow p_1$. При больших k^2 этот член

$$\sim g^4\left(1+\beta g^2\ln\frac{k^2}{\mu^2}\right)^{-2}\ln\frac{k^2}{\mu^2}; \quad p^2, p_1^2, (p+p_1)^2 \sim \mu^2. \tag{6}$$

Диаграмма



расходится в ультра- и инфра-областях. Она дает вклад такой же, как (6). Аналогично можно показать, что расходящиеся в ТВ члены $\sim g^6$ дают в $\Gamma(\ldots g(t))$ вклад

$$\sim g^6(1+\beta g^2\ln k^2/\mu^2)^{-3}\ln^2(k^2/\mu^2).$$

Таким образом, для Γ в (5) а, следовательно, и для F получаем ряд:

$$F\left(\frac{p^2}{\gamma\mu^2}, \frac{p_1^2}{\gamma\mu^2}, \ldots, \frac{m^2(t)}{\mu^2}, g(t)\right) = g^2(t) + C_1 g^4(t)\ln\frac{k^2}{\mu^2} + C_2 g^6(t) \times$$

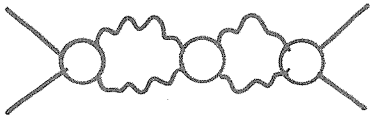
$$\times\ln^2\frac{k^2}{\mu^2} + \ldots .$$

Характерным для членов этого ряда является то, что все они при $k^2/\mu^2 \to \infty$ не зависят от g^2 и пропорциональны $[\ln(k^2/\mu^2)]^{-1}$. Подставляя асимптотику (6) в (4) и учитывая, что инфракрасная область $k^2 \ll \mu^2$ дает члены $\sim g^4$, имеем:

$$F_4 = \frac{g^2}{16\pi^2\beta}(1+2C_1+\ldots). \tag{7}$$

Можно показать (поскольку в любом ряде ТВ для вершинной функции коэффициенты факториально растут), что численный ряд в (7) является асимптотическим с факториально растущими членами.

Оценим вклад в F_4 членов более высокого порядка по g^2 в уравнении (3). Например, член



также будет сходящимся и даст F_4 вклад $\sim g^2$ с неопределенным коэффициентом. Отметим, что при использовании метода операторного разложения Вильсона для определения поведения Г-функции в (5) в области исключительных импульсов при $\gamma \to \infty$ также нельзя найти зависимость λ от g^2.

Авторы выражают глубокую благодарность Б.Л. Воронову и И.В. Тютину за плодотворные обсуждения.

Поступила в редакцию 5 декабря 1983 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. D.J. Gross, F. Wilczek, Phys. Rev., D8, 3633 (1973); H.D. Politzer, Phys. Rep., C14, 4 (1974); T.P. Cheng, E. Eichten, Ling-Fong Li, Phys. Rev., D9, 2259 (1974); Б.Л. Воронов, И.В. Тютин, Вопросы физики элементарных частиц, Ереван, 1976 г., ч. II с. 352.
2. Л.Д. Ландау, И.Я. Померанчук, ДАН СССР, 102, 458 (1955); Е.С. Фрадкин, ЖЭТФ, 28, 750 (1955).
3. A. Salam, J. Strathdee, Phys. Rev., D18, 4713 (1978).