*Краткие сообщения по физике № 10-1984 г.*

# О ВЛИЯНИИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА ПУЧКА НА РАБОТУ ПЛАЗМЕННОГО ГЕНЕРАТОРА (УСИЛИТЕЛЯ)

Н.И. Карбушев

УДК 533.951

*Анализируется работа сильноточного релятивистского плазменного генератора и усилителя с учетом собственных колебаний тонкого трубчатого электронного пучка.*

В работах /1, 2/ исследовалось усиление и возбуждение волн в плазме релятивистским электронным пучком в металлическом волноводе. Были найдены частота волны с максимальным коэффициентом усиления и стартовый ток пучка, при превышении которого происходит возбуждение колебаний. Вместе с тем до сих пор в плазменно-пучковых системах не учитывался пространственный заряд пучка, хотя его учет необходим. Проявления пространственного заряда следует ожидать, в частности, при локализации пучка вблизи минимума радиального распределения амплитуды продольной составляющей электрического поля плазменной волны. Как показано в работе /3/, именно в таких условиях в некоторых случаях реализуется наиболее эффективный режим работы сильноточного плазменного усилителя.

В настоящей работе рассматривается взаимодействие бесконечно тонкого трубчатого электронного пучка с холодной плазмой, полностью заполняющей круглый металлический волновод радиуса R с однородной плотностью $n_p$. Полный ток пучка равен I, его радиус $r_b$, направленная скорость электронов u, а распределение их плотности по радиусу описывается функцией

$$n_b(r) = (I/\pi eu)\,\delta(r^2 - r_b^2),$$

где e – заряд электрона. Система помещена в бесконечно сильное продольное магнитное поле.

Полагая зависимость возмущений от времени t, продольной координаты z и азимутального угла $\Theta$ в виде $\sim \exp(-i\omega t + ik_{\|}z + il\Theta)$, где $\omega$ – частота, $k_{\|}$ – постоянная распространения, l – азимутальное волновое число, для продольной составляющей электрического поля $E_z$ в линейном приближении находим уравнение

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial E_z}{\partial r} - \frac{l^2}{r^2}E_z + k_\perp^2 E_z = -\kappa^2 R^2 \frac{\Omega_b^2 E_z}{(\omega - k_{||}u)^2}\ \delta(r^2 - r_b^2). \qquad (1)$$

Здесь $k_\perp^2 = -\kappa^2 \mathcal{E}_p$, $\Omega_b^2 = 4eI/(m\gamma\gamma_{||}^2 uR^2)$, $\kappa^2 = k_{||}^2 - \omega^2/c^2$, $\mathcal{E}_p = 1 - \omega_p^2/\omega^2$, $\omega_p^2 = 4\pi e^2 n_p/m$, $\gamma_{||} = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}$, $\gamma$ и $m$ – релятивистский фактор и масса покоя электрона. Решение уравнения (1) с учетом граничных условий на стенках волновода приводит к характеристическому уравнению

$$\frac{\Omega_b^2 \kappa^2 R^2}{(\omega - k_{||}u)^2}\ \frac{\pi}{4}\ \frac{J_l(k_\perp r_b)}{J_l(k_\perp R)}\,[J_l(k_\perp r_b) N_l(k_\perp R) - J_l(k_\perp R) N_l(k_\perp r_b)] = 1, \qquad (2)$$

в котором $J_l$ и $N_l$ – функции Бесселя и Неймана l-го порядка.

Постоянная распространения плазменной волны определяется из условия $J_l(k_\perp R) = 0$ (при $\Omega_b^2 = 0$), откуда находим

$$k_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\mu_{ls}^2}{\mathcal{E}_p R^2},$$

где $\mu_{ls}$ – s-тый корень функции Бесселя, $J_l(\mu_{ls}) = 0$. Полагая, что значение постоянной распространения $k_{||}$ близко к величине $k_0$, выделим в (2) резонансный член. Тогда, вводя коэффициенты связи $a^2$ и депрессии $d^2$, характеристическое уравнение можно записать в виде /4/

$$(k_{||}^2 - k_0^2)\ [1 - \frac{\Omega_b^2 d^2}{(\omega - k_{||}u)^2}] = -\frac{\omega^2}{u^2}\ \frac{\Omega_b^2 a^2}{(\omega - k_{||}u)^2}.$$

Учитывая, что при достаточно малом токе пучка выполняется условие черенковского синхронизма $\omega \approx k_0 u$, имеем:

$$a^2 \approx [\omega_0 R J_l(\mu_{ls} r_b/R)/\mu_{ls}\gamma_{||}^2 u J_l'(\mu_{l_s})]^2,$$

$$d^2 \approx -\frac{1}{2}\left(\frac{\omega_0 R}{\mu_{ls}\gamma_{||}u}\right)^2 \frac{J_l(\mu_{ls} r_b/R)}{[J_l'(\mu_{ls})]^2}\ \Big\{3J_l(\mu_{l_s} r_b/R) + 2\,(\mu_{ls} r_b/R) \times$$

$$\times J_l'(\mu_{ls} r_b/R) + \frac{\pi}{2}\ \mu_{ls}^2 J_l'(\mu_{ls})[J_l'(\mu_{ls}) N_l(\mu_{ls} r_b/R) - J_l(\mu_{ls} r_b/R) N_l'(\mu_{ls})]\Big\}, \qquad (3)$$

где $\omega_0 = (\omega_p^2 - \mu_{ls}^2\gamma_{||}^2 u^2/R^2)^{1/2}$.

Влияние пространственного заряда оказывается наиболее сильным, когда справедливо неравенство

$$|d| > \max[(a^2 \omega_0/2\Omega_b)^{1/3}; \quad (\pi u/\Omega_b L)]. \qquad (4)$$

Легко показать, что оно выполняется в трех случаях: $r_b \approx 0$ (приосевой пучок), $r_b \approx R$ (пристеночный пучок), $r_b \approx R\mu_{1p}/\mu_{1s}$, $p < s$ (пучок в минимуме поля $E_z$). В последнем случае величина $d^2$ может принимать как положительные, так и отрицательные значения.

При выполнении сильного неравенства (4) и $d^2 > 0$ максимальное усиление плазменной волны электронным пучком без предварительной модуляции имеет место на частоте

$$\omega = \omega_0 + \Omega_b d (\mu_{1s}\gamma_{||}^2 u/\omega_0 R)^2 .$$

В противоположном пределе влияние пространственного заряда пучка пренебрежимо мало, а для частоты плазменной волны с максимальным коэффициентом усиления получаем:

$$\omega = \begin{cases} \omega_0 & \text{при } \omega_0 \Omega_b^2 a^2 L^3 >> 64u^3, \\ \omega_0 + (\pi u/L) \ (\mu_{1s}\gamma_{||}^2 u/\omega_0 R)^2 & \text{при } \omega_0 \Omega_b^2 a^2 L^3 << 64u^3. \end{cases}$$

Максимальный коэффициент усиления плазменной волны равен

$$G = \left| \frac{E_z^p(L)}{E_z^p(0)} \right| \min \begin{cases} \mathrm{ch}[\dfrac{aL}{2u} (\dfrac{\omega_0 \Omega_b}{d})^{1/2}]; \\ \max\left\{\dfrac{1}{3} \exp \dfrac{\sqrt{3}}{2^{4/3}} \dfrac{L(\omega_0 \Omega_b^2 a^2)^{1/3}}{u}; 1 + \dfrac{\omega_0 \Omega_b^2 a^2 L^3}{16u^3}\right\}. \end{cases}$$

Если на торцах волновода z = 0, L происходит отражение плазменной волны с амплитудными коэффициентами $\rho_1$ и $\rho_2$, то возможно возбуждение колебаний при условии превышения стартового пучка (в килоамперах)

$$I_{ст} \approx 68 \frac{\gamma\gamma_{||}^2 u^4 R^2}{\omega_0 a^2 c^3 L^3} \times \max \begin{cases} \dfrac{ud^2}{\omega_0 L} (\mathrm{arch} \dfrac{1}{|\rho_1 \rho_2|})^4; \\ \min[\dfrac{1}{3\sqrt{3}} (\ln \dfrac{3}{|\rho_1 \rho_2|})^3; \dfrac{1}{|\rho_1 \rho_2|} - 1]. \end{cases}$$

Предполагая, что насыщение роста амплитуды волны происходит вследствие полной модуляции пучка по плотности (захвата электронов), находим следующую оценку величины максимального к.п.д. генерации

$$\eta \approx \max \left[ \frac{\Omega_b}{\omega_0} \; d; \; \left( \frac{\Omega_b a}{\omega_0 \sqrt{2}} \right)^{2/3}; \; \frac{\pi u}{\omega_0 L} \right].$$

Когда величина $d^2 < 0$ и выполняется неравенство (4), модуляция пучка происходит без возбуждения заметных колебаний в плазме. Такая неустойчивость носит название неустойчивости "отрицательной массы" /5/. Коэффициент усиления первоначальных возмущений пучка вдоль его длины равен $G = \mathrm{ch}(\Omega_b |d| L/u)$, причем $G - 1 \gtrsim 1$, если $I > I_{пор} \approx 4{,}2\gamma\gamma_{\|}^2 u^3 R^2/c^3 |d^2| L^2$ kA.

Как следует из соотношений (3), неустойчивость "отрицательной массы" может проявляться только в случае синхронизма пучка с волноводными модами высшего типа по радиусу ($s \geqslant 2$). При этом неустойчивость, обусловленная синхронизмом с низшими модами $s = 1$, всегда существует и оказывается сильнее. Таким образом, неустойчивость "отрицательной массы" возможно наблюдать лишь в специфических условиях, например, используя пучок с предварительной модуляцией на определенной частоте.

Результаты настоящей работы справедливы лишь при токах пучка, по порядку величины меньших предельного вакуумного. Однако легко увидеть, что с ростом тока усиливается влияние пространственного заряда, а характер взаимодействия пучка с плазмой приближается к аномальному допплеровскому, что уже было показано ранее /6/.

Следует отметить, что коэффициент депрессии для плазменно-пучковой системы вычислен в работе /7/ при $l = 0$ неверно, поскольку в нем не полностью учтено поле пространственного заряда.

Автор выражает благодарность А.А. Рухадзе и Н.Е. Белову за плодотворные дискуссии.

Институт общей физики АН СССР Поступила в редакцию 27 апреля 1984 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.С. Богданкевич, М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе, Физика плазмы, 5, № 1, 90 (1979); УФН, 133, № 1, 3 (1981).
2. Н.И. Карбушев, А.А. Рухадзе, Краткие сообщения по физике ФИАН, № 3, 27 (1981).

3. В.Л. Братман, Н.С. Гинзбург, М.А. Шапиро, Изв. вузов, Радиофизика, 24, № 6, 763 (1981).
4. Л.А. Вайнштейн, В.А. Солнцев, Лекции по сверхвысокочастотной электронике, "Сов. радио", М., 1973 г.
5. Электродинамика плазмы, Под ред. А.И. Ахиезера, "Наука", М., 1974 г.
6. Ю.П. Блиох и др., ДАН СССР, 275, № 1, 56 (1984).
7. М.В. Кузелев и др., Письма в ЖТФ, 10, № 4, 228 (1984).