Краткие сообщения по физике № 10-1984 г.

КОМБИНАЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ ЗВУКА НА СЛУЧАЙНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ПУЗЫРЬКОВ

Е.А. Заболотская

УДК 534.222.2

Методом последовательных приближений вычислена спектральная плотность волны давления, рассеянной пузырьком на комбинационной частоте. Показано, что вклад тепловых флуктуаций объема пузырька в процесс нелинейного рассеяния мал.

При распространении в среде с распределенными пузырьками газа акустические волны рассеиваются на пузырьках. В спектре рассеянного звука должны появиться комбинационные частоты, обусловленные нелинейностью уравнения движения пузырька. Оценим спектральную плотность рассеянной волны комбинационной частоты.

Допустим, что в жидкости, содержащей пузырьки, распространяется звуковая волна с частотой ω. Предположим также, что пузырьки пульсируют с частотой Ω, близкой к собственной частоте пузырька ω_0, под действием случайной силы. Это могут быть тепловые флуктуации, колебания, возникающие под действием нестационарных процессов в момент образования пузырьков; внести вклад в раскачку пузырьков могут шумы и вибрации здания (если это лабораторный эксперимент), а также передний фронт звуковой волны. Звук, рассеиваясь на этих случайных колебаниях, порождает комбинационные волны с частотами $\omega - \Omega$, $\omega + \Omega$.

Вычислим спектральную плотность флуктуационных колебаний пузырька на комбинационной частоте, для определенности, на суммарной. Для этого воспользуемся уравнением движения для одиночной газовой полости /1/:

$$\ddot{v} + \omega_0^2 v + f\dot{v} - \alpha v^2 - \beta(2\ddot{v}v + \dot{v}^2) = -\mathcal{E}(p + q). \qquad (1)$$

Здесь введены обозначения: p — регулярная часть давления, связанная со звуковой волной, q — флуктуационное давление, v — возмущение объема пузырька, $\omega_0^2 = 3\gamma P_0/\rho_0 R_0^2$, $\mathcal{E} = 4\pi R_0/\rho_0$, $\alpha = \omega_0^2(\gamma + 1)/2v_0$, $\beta = 1/6v_0$, $f = \omega_0/Q$, P_0 — гидростатическое давление в жидкости, ρ_0 — равновесная плотность окружающей жидкости, R_0, v_0 — равновесные радиус и объем пузырька, Q — добротность пузырька, γ — показатель адиабаты в уравнении состояния газа в пузырьке.

Решение уравнения (1) для данной задачи будем строить методом последовательных приближений в предположении малости колебаний объема v и малости вынуждающей силы. Тогда в первом приближении можно вычислить амплитуду колебаний пузырька на суммарной частоте (нулевым приближением является решение линейной задачи). Далее, составляя функцию корреляции, можно определить спектральную плотность флуктуационных колебаний пузырька на частоте $\omega + \Omega$

$$(v^2)_{\omega+\Omega} = \frac{\mathcal{E}^4 (a - \beta\omega^2 - \beta\Omega^2 - \beta\Omega\omega)^2 |P|^2 (q^2)_\Omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 [\omega_0^2 - (\omega+\Omega)^2]^2 (\Omega^2 - \omega_0^2 - i\Omega f)^2}, \qquad (2)$$

где P – комплексная амплитуда звуковой волны, $(q^2)_\Omega$ – спектральная плотность флуктуационной силы. Аналогичное выражение определяет спектральную плотность колебаний объема пузырька и на разностной частоте.

Спектральная плотность волны давления, излученной на комбинационных частотах, выразится следующим образом:

$$(P^2)_{\omega\pm\Omega} = (\rho_0/4\pi r)^2 (\omega \pm \Omega)^4 (v^2)_{\omega\pm\Omega}.$$

Допустим, что колебания пузырька обусловлены тепловыми флуктуациями. Оценим спектральную плотность волны давления, рассеянной пузырьком на суммарной и разностной частотах. Спектральная плотность флуктуационного давления выражается через энергию теплового движения kT:

$$(q^2)_\Omega = 2\omega_0^2 f v_0 kT/\mathcal{E}^2 \gamma P_0.$$

Если пузырьков много, то спектральная плотность волны, рассеянной совокупностью пузырьков, равна

$$(P^2)_{\omega\pm\Omega} = \frac{\mathcal{E}^4 \rho_0^2 (a - \beta\omega^2)^2 |P|^2 (q^2)_\Omega}{(8\pi r)^2 \omega^4} \int \frac{N(\omega_0) d\omega_0/2\pi}{\omega_0^2 [(\Omega - \omega_0)^2 + f^2/4]}. \qquad (3)$$

Здесь $N(\omega)d\omega/2\pi$ – число пузырьков с собственными частотами, лежащими в интервале $d\omega/2\pi$, ρ_0 – плотность жидкости. При выводе формулы (3) предполагалось, что $\omega_0 << \omega$, $\omega_0 \approx \Omega$. Для численных оценок величины спектральной плотности волны комбинационной частоты, рассеянной на тепловых флуктуациях пузырька, нужно знать функцию распределения пузырьков по размерам $N(\omega_0)$. Для предварительных грубых оценок не будем конкретизировать $N(\omega_0)$, а вычислим интеграл, входящий в выражение (3), в следующих предположениях: функции $N(\omega_0)$ и ω_0 мало меняются при изменении частоты в пределах $|\omega_0 - \Omega| \sim f$; кроме того, функция $N(\omega_0)$ симметрична относительно некоторой частоты. Тогда

$$(P^2)_{\omega\pm\Omega} = \frac{\mathcal{E}^2 \rho_0^2 (a - \beta\omega^2)^2 N(\Omega) v_0 kT|P|^2}{2(4\pi r)^2 \omega^4 \gamma P_0}$$

Оценки по этой формуле показывают, что число пузырьков должно быть очень велико, порядка 10^{15}, для того, чтобы коэффициент преобразования по интенсивности в комбинационные частоты за счет тепловых флуктуаций составил заметную величину – сотые доли процента. Поэтому можно утверждать, что определяющую роль при комбинационном рассеянии звука на пузырьках будут играть случайные силы другой природы, различные шумы и вибрации, передний фронт звукового возмущения, неустановившиеся движения в момент образования пузырька и т.д. Из спектра комбинационного рассеяния можно извлечь информацию о частотах и спектральной плотности колебаний объема пузырьков.

Институт общей физики АН СССР — Поступила в редакцию 17 мая 1984 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. О.В. Руденко, С.И. Солуян, Теоретические основы нелинейной акустики. "Наука", М., 1975 г.