Краткие сообщения по физике № 10-1984 г.

ПРОЯВЛЕНИЕ СЛИПИНГ-НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ЧАСТИЧНО КОМПЕНСИРОВАННЫХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКАХ

Н.И. Карбушев, А.А. Рухадзе, С.Ю. Удовиченко

УДК 537.533.001

Точно решается задача о слипинг-неустойчивости частично компенсированного релятивистского электронного пучка в круглом волноводе, неоднородность скорости которого обусловлена провисанием электростатического потенциала.

Известно /1, 2/, что электронные пучки в конечном внешнем продольном магнитном поле с неоднородной по радиусу направленной скоростью электронов подвержены конвективной неустойчивости, получившей название слипинг-неустойчивости.

Теоретически слипинг-неустойчивость электронных пучков исследовалась преимущественно в приближениях геометрической оптики и потенциальности поля возмущений. Первое из этих приближений обуславливает качественный характер полученных результатов, а второе, как показано в /3/, в случае релятивистских электронных пучков (РЭП) вообще неприменимо – оно приводит к завышенным значениям инкремента нарастания и заниженным значениям порогового тока.

В настоящей работе решается задача о слипинг-неустойчивости РЭП, объемный заряд которого частично компенсирован положительными ионами со степенью компенсации $f = n_i/n_e \leqslant 1$, где n_e и n_i – соответственно плотности электронов пучка и ионов фона. Радиальная неоднородность направленной скорости электронов $u_{||}(r)$ обусловлена провисанием электростатического потенциала в предположении постоянства полной энергии электронов во всем поперечном сечении. В таких условиях необходимо также учитывать равновесное дрейфовое вращение электронов и собственное магнитное поле тока пучка. Если кроме того пучок однороден по плотности и полностью заполняет круглый металлический волновод радиуса R, а его полный ток достаточно мал, то задача решается точно, без использования приближения геометрической оптики.

Будем считать, что ток РЭП мал по сравнению с предельным вакуумным током, а поэтому равновесный потенциал $\varphi_0(r)$, равный нулю на стенке волновода, удовлетворяет неравенствам

$$|e\varphi_0(r)|/\gamma mc^2 \ll \max[1/2, (\gamma_{\parallel}^2 - 1)],$$

где γ – релятивистский фактор, $\gamma_{\parallel} = (1 - u_{\parallel}^2/c^2)^{-1/2}$, e и m – заряд и масса электрона, c – скорость света. При этом из уравнения движения с учетом уравнения Пуассона получаем

$$\frac{du_{\parallel}}{dr} = - \frac{e}{m\gamma\gamma_{\parallel}^2} \frac{d\varphi_0}{dr} = \frac{\omega_b^2 r}{2\gamma\gamma_{\parallel}^2 u_{\parallel}} (1 - f), \tag{1}$$

где $\omega_b = (4\pi e^2 n_b/m)^{1/2}$ – ленгмюровская частота электронов пучка.

Заряженный пучок создает радиальное электрическое и азимутальное магнитное поля, величины которых равны

$$B_\theta = \frac{u_{\parallel}}{c} \frac{E_r}{1 - f} = \frac{mu_{\parallel}}{2ec} \omega_b^2 r. \tag{2}$$

В этих полях в присутствии внешнего продольного магнитного поля возникает азимутальное дрейфовое вращение электронов с угловой скоростью /4/

$$\omega_e = - \omega_d(1 - \gamma_{\parallel}^2 f), \tag{3}$$

где $\omega_d = \omega_b^2/2\gamma_{\parallel}^2\Omega$, $\Omega = eB_0/mc$ – циклотронная частота вращения электронов во внешнем магнитном поле B_0.

Возмущения электронного пучка и электромагнитного поля в линейном приближении описываются уравнением для эффективного потенциала $\Phi = \varphi - A_z u_{\parallel}/c$, которое в пренебрежении движением ионов фона имеет вид /3, 4/

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{l^2}{r^2} \Phi - (k_{\parallel}^2 - \frac{\omega^2}{c^2}) (1 - \frac{\omega_b^2}{\gamma\gamma_{\parallel}^2 \tilde{\omega}^2}) \Phi =$$
$$= \frac{l\omega_b^2 \tilde{k}_{\parallel}\Phi}{\tilde{\omega}^2 \Omega r} \left(\frac{du_{\parallel}}{dr} - \frac{\Omega_{\perp}}{\gamma\gamma_{\parallel}^2} \right). \tag{4}$$

Здесь φ и A_z – соответственно скалярный потенциал и продольная составляющая векторного потенциала поля возмущений, причем $\Phi = \Phi(r)\exp \times$ $\times (-i\omega t + ik_{\parallel}z + il\theta)$, где t, z и θ – время, продольная координата и азимутальный угол, ω, $k_{\parallel}$ и $l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ – частота, продольная составляющая волнового вектора и азимутальное волновое число, а также введены обозначения $\tilde{\omega} = \omega - k_{\parallel}u_{\parallel} - l\omega_e$, $\tilde{k}_{\parallel} = k_{\parallel} - \omega u_{\parallel}/c^2$, $\Omega_{\perp} = eB_\theta/mc$, и учтено условие $|\tilde{\omega}| \ll |\Omega|/\gamma$. Последний член в правой части уравнения (4) учитывает влияние собственного азимутального магнитного поля пучка (2) на колебательное движение электронов.

С учетом соотношений (1) – (3) и граничного условия на стенке волновода $\Phi(R) = 0$ имеем $\Phi(r) = \Phi_l J_l(\mu_{ls} r/R)$, где Φ_l – некоторый коэффициент, J_l – функция Бесселя l-го порядка, μ_{ls} – ее s-тый корень. Дисперсионное же уравнение записывается в виде

$$\frac{\mu_{ls}^2}{R^2} + \left(k_\parallel^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\right)\left(1 - \frac{\omega_b^2}{\gamma\gamma_\parallel^2\tilde{\omega}^2}\right) - \frac{l\omega_b^2\omega_e\tilde{k}_\parallel}{\gamma\gamma_\parallel^2 u_\parallel\tilde{\omega}^2} = 0.$$

Отсюда при токах пучка, меньших предельного вакуумного, точнее, когда $I \ll 4\mu_{ls}^2\gamma(\gamma_\parallel^2 - 1)^{3/2}/\gamma_\parallel$ kA, находим

$$k_\parallel u_\parallel = \omega - l\omega_e \pm \frac{\omega_b R}{\mu_{ls}\gamma_\parallel^2\sqrt{\gamma}u_\parallel}\left\{\omega[\omega - l\omega_e(2\gamma_\parallel^2 - 1)]\right\}^{1/2}.$$

Мнимая часть $k_\parallel$ отлична от нуля в области $|\omega - l\omega_e(\gamma_\parallel^2 - 1/2)| < |l\omega_e|(\gamma_\parallel^2 - 1/2)$, в которой и происходит усиление колебаний, причем

$$|\mathrm{Im}k_\parallel|_{max} = \frac{\omega_b R|l\omega_e|}{\mu_{ls}\gamma_\parallel^2\sqrt{\gamma}u_\parallel^2}\left(\gamma_\parallel^2 - \frac{1}{2}\right) \tag{5}$$

достигается в середине этой области $\omega = l\omega_e(\gamma_\parallel^2 - 1/2)$. Коэффициент усиления амплитуды возмущений по длине равен $\mathrm{ch}(|\mathrm{Im}k_\parallel|z)$.

Из условия $|\mathrm{Im}k_\parallel|_{max}L \gtrsim 1$, где L – длина системы, можно найти пороговый ток развития слипинг-неустойчивости. Анализ соотношения (5) показывает, что наиболее неустойчивыми оказываются возмущения с s = 1 и $|l| \sim \mu_{ls} \gg 1$. Пороговый ток при этом по порядку величины равен

$$I_c \approx 10{,}7\frac{u_\parallel}{c}\left[\frac{\gamma_\parallel^2\sqrt{\gamma}(\gamma_\parallel^2 - 1)}{(1 - \gamma_\parallel^2 f)(\gamma_\parallel^2 - 1/2)}\frac{\Omega R^2}{cL}\right]^{2/3} \text{kA}.$$

Интересно отметить, что усиление возмущений отсутствует, и пороговый ток обращается в бесконечность, когда степень компенсации $f = \gamma_\parallel^{-2}$. В этом случае, согласно (1), $du_\parallel/dr \neq 0$. Однако равновесное магнитное поле пучка стабилизирует неустойчивость. Укажем также, что пренебрежение дрейфовым вращением электронов приводит к занижению максимального инкремента (5) в $2\gamma_{||}^2 - 1$ раз, а в потенциальном приближении максимальный инкремент оказывается в $(2\gamma_{||}^2 - 1)/\gamma_{||}$ раз меньше.

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 22 мая 1984 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.А. Рухадзе и др., Физика сильноточных релятивистских электронных пучков. Атомиздат, М., 1980 г.
2. А.Б. Михайловский, Теория плазменных неустойчивостей. т. 2. Неустойчивости неоднородной плазмы. Атомиздат, М., 1977 г.
3. Н.И. Карбушев, С.Ю. Удовиченко, ЖТФ, 53, № 9, 1706 (1983).
4. Н.И. Карбушев, С.Ю. Удовиченко, А.А. Рухадзе, Краткие сообщения по физике ФИАН, № 7, 50 (1983).