

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ПОРОГА ПЕРЕХОДА ФРЕДЕРИКСА В ПОЛЕ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ ОБЫКНОВЕННОГО ТИПА

А.С. Золотько, В.Ф. Китаева, Н. Кроо, Н.Г. Преображенский,
С.И. Трашкеев, Л. Чиллаг

УДК 532.783

Методом расщепления решено линейное интегро-дифференциальное уравнение, описывающее поведение директора в поле световой волны обыкновенного типа. Получено хорошее согласие экспериментальной и расчетной зависимостей пороговых мощностей перехода Фредерикса в узком световом пучке от угла его падения.

При наклонном падении световой волны обыкновенного типа по отношению к директору гомеотропно ориентированного нематического жидкого кристалла (НЖК) наблюдается пороговый светоиндуцированный переход Фредерикса (СПФ), причем число колец абберационной самофокусировки, появляющихся на экране, почти периодически меняется во времени [1, 2]. В работах [1, 2] уже делались попытки теоретически оценить величину порога СПФ, а в [1], кроме того, предложена качественная физическая модель, поясняющая происхождение осцилляций. Однако последовательное решение указанных задач сопряжено с определенными трудностями. Дело в том, что реальные эксперименты проводятся, как правило, со световыми пучками, которые нельзя рассматривать как неограниченные плоские волны. Эти пучки с известным приближением можно считать гауссовыми, когда амплитуда волны $A \sim \exp(-\rho^2/w_0^2)$, где $w_0 \ll L$, L — толщина кюветы, ρ — координата в плоскости, нормальной к волновому вектору. Правда, в [2] диаметр перетяжки пучка w_0 примерно в 1,5 раза превышал толщину L , но этого все же недостаточно, чтобы говорить о взаимодействии НЖК с плоской волной.

Следствием сказанного является существенное усложнение даже линеаризованной задачи СПФ, обсуждавшейся в [1, 2]. Для плоской волны получается следующее линейное одномерное интегро-дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + B \int_0^z \frac{\partial \psi}{\partial z'} \cos \beta(z - z') dz', \quad (1)$$

где ψ — полярный угол поворота директора относительно исходной ориентации, ось z направлена по нормали к стенкам кюветы, параметры β и B не зависят от координаты z и определяются углом наклона α волнового вектора по отношению к оси z , мощностью и длиной волны λ светового пучка, а также характеристиками исследуемого НЖК. Если же кристаллы помещены в область перетяжки гауссова пучка, то вместо (1) следует записать

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \right) + B(\rho) \int_0^z \frac{\partial \psi}{\partial z'} \cos \beta(z - z') dz';$$

$$B(\rho) = \kappa^2 \exp(-2\rho^2/w^2); \quad w = w_0/L;$$

$$\psi|_{z=0} = \psi|_{z=1} = \partial \psi / \partial \rho|_{\rho=0} = \psi|_{\rho \rightarrow \infty} = 0,$$

$$0 \leq z \leq 1; \quad \rho \geq 0; \quad t \geq 0. \quad (2)$$

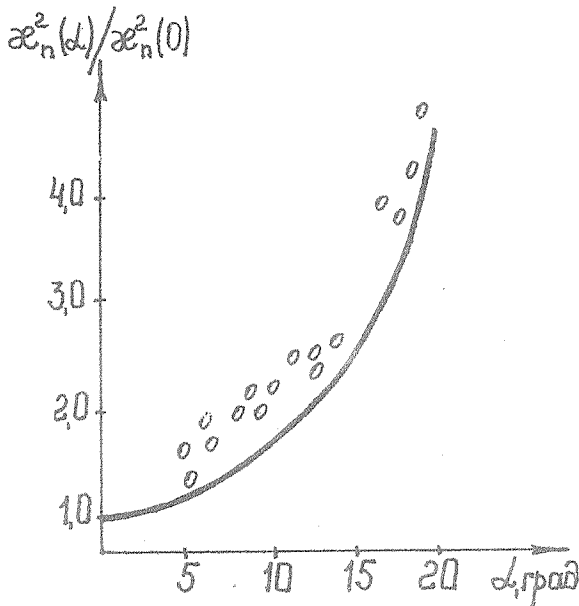
Величина κ определяется мощностью пучка, оптической анизотропией и значением эффективной константы Франка конкретного НЖК /1, 3/. В качестве начального условия, в соответствии с /4/ и видом функции $B(\rho)$, разумно выбрать следующее выражение:

$$\psi(z, \rho, t = 0) = \psi_0(z, \rho) = a \exp(-\rho^2/w_1^2) \sin \pi z,$$

причем в процессе численного счета параметры a и w_1 варьировались.

Уравнение (2) с учетом приведенных начального и граничных условий решалось численно методом расщепления /5/. Использовалась неявная двухслойная схема типа Кранка — Никольсона. Следует подчеркнуть, что процедура вычислений фактически сводится к попеременному интегрированию в каждом из двух взаимно ортогональных направлений то с помощью явной, то с помощью неявной схем, и возрастание ошибки на одном этапе компенсируется ее убыванием на другом.

Расчеты порога перехода Фредерикса выполнены для НЖК ОЦБФ при температуре 37 °С, $L = 150$ мкм, $w_0 = 44$ мкм, $\lambda = 0,5$ мкм и критической мощности пучка в 50 мВт при $\alpha = 0$. На рис. 1 изображена зависимость от угла наклона α отношения двух пороговых мощностей $\kappa_n^2(\alpha)/\kappa_n^2(0)$. Отметим, что путем последовательного изменения амплитуды волны не удается определить пороговые величины κ_n^2 с точностью, лучшей 5-10%, ибо вблизи точки фазового перехода 2-го рода происходит сильное возрастание флуктуаций. По мере роста флуктуаций их роль увеличивается, что при численном счете выражается в нарастании погрешностей, обязанных дискретизации задачи и



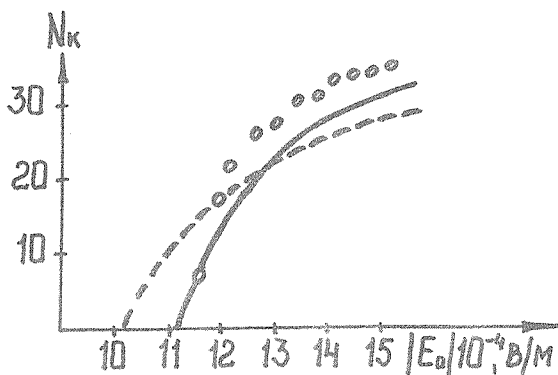
Р и с. 1. Отношение пороговых мощностей СПФ в поле о-волны при различных углах наклонного падения α светового пучка на гомеотропный кристалл. Точки – эксперимент, кривая – численный расчет

округлению промежуточных данных [4, 5]. Формально это является следствием вкладов в решение от все более высоких гармоник.

Учитывая весьма приближенный характер использованной модели, согласие расчетных и экспериментальных данных можно считать вполне удовлетворительным.

В заключение коснемся еще одного вопроса, тесно связанного с расчетом порога СПФ, но уже при нормальном падении на кристалл волны необыкновенного типа [3]. В рамках усовершенствованной нами численной схемы "дробных шагов" появилась возможность уточнить расчет зависимости числа колец абберрационной структуры N_K от модуля напряженности поля $|\vec{E}_0|$ в центре пучка (рис. 3 в работе [3]). Во-первых, был использован более корректный вид уравнения эйконала для фазы волны [6, 7]. Именно, вместо решавшегося ранее уравнения

$$(\nabla S)^2 = n_e^2(z, \rho), \quad (3)$$



Р и с. 2. Зависимость числа колец абберационной структуры от напряженности поля в центре пучка; $L = 150$ мкм, $w_0 = 32$ мкм. Точки – эксперимент, штриховая линия – приближенный расчет /3/; сплошная линия – уточненный расчет

где n_e – показатель преломления необыкновенной волны, теперь было взято уравнение

$$(\nabla S)^2 + (\epsilon_a/\epsilon_\perp) (\vec{n} \nabla S)^2 = \epsilon_\parallel$$

(смысл компонент тензора диэлектрической проницаемости ϵ_\parallel , ϵ_\perp , ϵ_a подробно обсуждается в /4/; \vec{n} – директор). Во-вторых, во всей итерационной процедуре учитывалось изменение поляризации волны при ее прохождении через НЖК.

На рис. 2 воспроизведены данные эксперимента (кружки), результат более раннего расчета с использованием уравнения (3) (штриховая линия) и показан новый расчетный результат (сплошная линия). Как видно из рисунка, порог перехода Фредерикса определяется теперь существенно точнее, а по расхождению теоретических и экспериментальных данных для случая значительного превышения порога (N_k порядка 30 и больше), по-видимому, можно сделать некоторые заключения, касающиеся уточнения нелинейной модели явления.

Авторы благодарны проф. Н.Н. Соболеву за детальное обсуждение работы и ценные советы.

Поступила в редакцию 25 мая 1984 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.С. Золотко и др., Препринт ФИАН № 225, М., 1983 г.

2. Б.Я. Зельдович и др., Письма в ЖЭТФ, 37, 568 (1983).
3. А.С. Золотыко и др., Краткие сообщения по физике ФИАН, № 1, 12 (1982)
4. Б.Я. Зельдович, Н.В. Табирян, Ю.С. Чилингарян, ЖЭТФ, 81, 72 (1981)
5. В.М. Ковеня, Н.Н. Яненко, Метод расщепления в задачах газовой динамики, "Наука", Новосибирск, 1981 г.
6. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц Электродинамика сплошных сред, "Наука", М., 1982 г.
7. Ю.А. Кравцов, Ю.И. Орлов, Геометрическая оптика неоднородных сред, "Наука", М., 1980 г.