Краткие сообщения по физике № 11-1984 г.

СИНХРОНИЗМ РАСПАДНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ МОД ШЕПЧУЩЕЙ ГАЛЕРЕИ

В.Ф. Ковалев, В.В. Пустовалов, М.А. Савченко

УДК 533.951

Доказана выполнимость условий фазового синхронизма при нелинейном взаимодействии трех электромагнитных мод шепчущей галереи на цилиндрической плазменной границе. Найдены пороговый поток и инкремент для параметрического деления частоты таких мод.

В работе /1/ была показана возможность создания широкополосных зеркал для мягкого рентгеновского излучения на основе твердотельных вогнутых поверхностей. Исследованию закономерностей отражения рентгеновского излучения вогнутым цилиндрическим зеркалом, имеющим постоянный радиус кривизны поверхности a и изготовленным почти из прозрачного материала с диэлектрической проницаемостью $\epsilon(\omega) \simeq 1$, была посвящена работа /2/. Эффективно отражаемое таким зеркалом высокочастотное ($\omega a/c \gg 1$) рентгеновское излучение представляет локализованные в узком пограничном слое толщиной $\sim a(a\omega/c)^{-2/3}$ моды шепчущей галереи, которые скользят вдоль поверхности зеркала перпендикулярно образующей цилиндра, и имеют простую экспоненциальную зависимость от азимутального угла φ:

$$\exp\left\{i\,\frac{\omega a}{c}\,\varphi\left[1+\frac{1}{2}\,\gamma_p(\omega)\right]\right\};\ p = 1,2,\dots . \tag{1}$$

Действительные постоянные $\gamma_p(\omega)$, характеризующие как фазовые скорости распространяющихся вдоль границы цилиндрического зеркала мод шепчущей галереи, так и размеры $a|\gamma_p(\omega)| \sim a(a\omega/c)^{-2/3}$ их областей локализации по радиусу (/2/), определяются значениями корней $(-t_p)$ функции Эйри $Ai(t)$ (c – скорость света в вакууме, $\epsilon(\omega) \equiv \epsilon'(\omega) + i\epsilon''(\omega)$):

$$\gamma_p(\omega) \simeq -t_p\,(2c/\omega a)^{2/3} + (2c/\omega a)\,[1-\epsilon'(\omega)]^{-1/2},$$
$$(\omega a/2c)^{2/3}\,(1-\epsilon'(\omega)) \gg 1. \tag{2}$$

Зависимость фазовых скоростей мод шепчущей галереи от радиальной структуры их электромагнитного поля (от номера p) приводит к тому, что нелинейные эффекты, возникающие при отражении рентгеновского излучения от цилиндрического металлического зеркала, могут накапливаться, если обеспечить условие согласования фазовых скоростей (т.е. условие фазового синхронизма) различных мод вдоль криволинейной границы раздела. Примером может служить исследованный в работе /3/ процесс генерации второй гармоники при отражении от плазменной цилиндрической поверхности (плазма металлического зеркала) мягкого рентгеновского излучения, частота ω которого существенно превосходит ленгмюровскую частоту ω_L электронов плазмы, но ограничена сверху неравенством (см. (2))

$$(a\omega/c)^{2/3}\,\omega_L^2 \gg \omega^2 \gg \omega_L^2. \tag{3}$$

Рассмотренный в /3/ процесс генерации второй гармоники представляет собой частный случай нелинейного взаимодействия трех мод шепчущей галереи с частотами, удовлетворяющими закону сохранения: $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$. При этом условие синхронизма, записанное через постоянные распространения $\gamma_p(\omega)$, имеет вид (см. (1)):

$$\omega_3\gamma_{p3}(\omega_3) - \omega_2\gamma_{p2}(\omega_2) - \omega_1\gamma_{p1}(\omega_1) = 0. \tag{4}$$

Анализ этого условия применительно к процессу генераций второй гармоники показал /3/, что в условиях равенства частот двух взаимодействующих волн $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3/2 = \omega_0$ оно зачастую выполняется лишь приближенно. В данной работе мы покажем, что различие всех трех частот взаимодействующих мод шепчущей галереи легко позволяет добиться точного выполнения условия фазового синхронизма (4) и тем самым повысить эффективность нелинейного взаимодействия.

В самом деле, учитывая в (4) явный вид (2) постоянных, получим следующее равенство:

$$t_{p1}\omega_1^{1/3} + t_{p2}\omega_2^{1/3} = t_{p3}(\omega_1 + \omega_2)^{1/3}. \tag{5}$$

Вводя переменную $\kappa \equiv \omega_1(\omega_1 + \omega_2)^{-1}$, можно убедиться, что выполнение условия (5) эквивалентно существованию действительного решения на интервале $0 < \kappa < 1$ кубического относительно κ уравнения:

$$\kappa^3(t_{p2}^3 - t_{p1}^3)^3 + \kappa^2[3(t_{p2}^3 - t_{p1}^3)^2(t_{p3}^3 - t_{p2}^3) + 27t_{p1}^3t_{p2}^3t_{p3}^3] +$$
$$+\kappa[3(t_{p3}^3 - t_{p2}^3)^2(t_{p2}^3 - t_{p1}^3) - 27t_{p1}^3t_{p2}^3t_{p3}^3] + (t_{p3}^3 - t_{p2}^3)^3 = 0. \tag{6}$$

Запишем простые выражения для корней уравнения (6), которые получаются при совпадении какой-либо пары натуральных чисел p_1, p_2 и p_3, нумерующих типы взаимодействующих электромагнитных колебаний

$$\kappa = \frac{1}{2} \pm \left\{ \frac{1}{4} - \left(\frac{t_{p_3}^3 - t_{p_1}^3}{3 t_{p_3} t_{p_1}} \right)^3 \right\}^{1/2}; \qquad p_1 = p_2 < p_3;$$

$$\kappa = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{3 t_{p_1}^2 t_{p_2}}{t_{p_1}^3 - t_{p_2}^3} \right)^3 - \left\{ \frac{1}{4} \left(\frac{3 t_{p_1}^2 t_{p_2}}{t_{p_1}^3 - t_{p_2}^3} \right)^6 + \left(\frac{3 t_{p_1}^2 t_{p_2}}{t_{p_1}^3 - t_{p_2}^3} \right)^3 \right\}^{1/2}; \qquad (7)$$

$$p_1 = p_3 > p_2;$$

$$\kappa = -\frac{1}{2} \left(\frac{3 t_{p_1} t_{p_2}^2}{t_{p_2}^3 - t_{p_1}^3} \right)^3 + \left\{ \frac{1}{4} \left(\frac{3 t_{p_1} t_{p_2}^2}{t_{p_2}^3 - t_{p_1}^3} \right)^6 + \left(\frac{3 t_{p_1} t_{p_2}^2}{t_{p_2}^3 - t_{p_1}^3} \right)^3 \right\}^{1/2};$$

$$p_2 = p_3 > p_1.$$

Благодаря симметрии левой части уравнения (5) относительно взаимной замены индексов 1 и 2 и определению переменной κ, последний из трех приведенных корней (7) дополняет второй корень до единицы после замены $p_1 \leftrightarrow p_2$. В табл. 1 приведены численные значения переменной κ, соответствующие нескольким первым номерам p взаимодействующих электромагнитных мод шепчущей галереи.

Таблица 1

Значения $\kappa = \omega_1(\omega_1 + \omega_2)^{-1}$ в процессе распадного взаимодействия трех электромагнитных мод шепчущей галереи с номерами p_1, p_2, p_3

$p_1 = p_3$ \ p_2	1	2
2	0,089	
3	0,229	0,019
4	0,344	0,070

$p_2 = p_3$ \ p_1	1	2
2	0,911	
3	0,771	0,981
4	0,656	0,930

p_3 \ $p_1 = p_2$	2	3
3	0,049 0,950	
4		0,013 0,987
5		0,108 0,892

Из данных табл. 1 следует, что, задавая при $\varphi = 0$ определенную структуру поля электромагнитной волны накачки (с частотой ω_3 и номером p_3), можно получать различные комбинации частот параметрически возбуждаемых на криволинейной плазменной границе мод. В частности, можно осуществлять таким образом параметрическое преобразование (понижение) частоты падающего на плазму рентгеновского излучения. В качестве конкретного примера анализа такого параметрического распада укажем безразмерный инкремент Γ пространственного нарастания вдоль плазменной границы (по азимуту φ) и пороговый поток Q при понижении частоты накачки примерно в 2 раза ($\kappa \simeq 0{,}49641$; $p_1 = 1$; $p_2 = p_3 = 6$):

$$\Gamma \approx 1{,}15\,(c/\omega_3 a)^{1/3}\,(Q_6(\omega_3)/nmc^3)^{1/2}; \quad \Gamma \gg \nu(\omega_1),\, \nu(\omega_2);$$

$$Q \approx 0{,}7nmc^3\,(\omega_3 a/c)^{2/3}\,\nu(\omega_1)\nu(\omega_2); \tag{8}$$

$$\nu(\omega) = \left\{\pi(a\omega/2c)^{1/3}\,(1 - \epsilon'(\omega))\mathrm{Bi}^2\left[(a\omega/2c)^{2/3}\,(1 - \epsilon'(\omega) + \gamma_p(\omega))\right]\right\}^{-1} + $$
$$+\frac{\epsilon''(\omega)}{2}\left\{[1 - \epsilon'(\omega)][1 - \epsilon'(\omega) + \gamma_p(\omega)]^{1/2}\right\}^{-1}.$$

Здесь: $Q_p(\omega)$ – максимальное значение плотности потока энергии электромагнитной моды с номером p на частоте ω; $\nu(\omega)$ – декременты пространственного затухания параметрически возбуждаемых волн, обусловленные радиационными потерями (первое слагаемое), экспоненциально малыми в силу условия (3), см. /2/, и диссипацией ($\propto \epsilon''$); $\mathrm{Bi}(t)$ – функция Эйри.

Формулы (8) соответствуют H-поляризации всех трех взаимодействующих волн, имеющих единственную компоненту магнитного поля, параллельную образующей цилиндрического зеркала.

Наряду с процессом понижения частоты, обсуждаемая схема позволяет рассматривать и обратный процесс,т.е. генерацию излучения на суммарной частоте ω_3 (например, на второй гармонике /3/) для заданных при $\varphi = 0$ структур электромагнитных волн с частотами ω_1, ω_2 и номерами p_1, p_2.

Таким образом, проведенное выше рассмотрение свидетельствует о возможности эффективного преобразования частоты мягкого рентгеновского излучения на криволинейной плазменной границе в широком спектральном диапазоне. Подчеркнем, что проанализированное нами условие фазового синхронизма (5) для такого преобразования не зависит непосредственно ни от радиуса кривизны границы a (в рамках неравенств (3)), ни от абсолютных значений частот взаимодействующих волн, которые, в принципе, могут быть сколь угодно большими.

Предложенная схема взаимодействия электромагнитных мод шепчущей галереи может служить отправным пунктом анализа физических свойств соответствующих нелинейных элементов рентгеновской оптики.

Поступила в редакцию 12 июля 1984 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.В. Виноградов, И.А. Коноплев, А.В. Попов, ДАН СССР, 266, № 3, 610 (1982).
2. А.В. Виноградов и др., Препринт ФИАН № 9, М., 1984 г.
3. В.Ф. Ковалев, В.В. Пустовалов, М.А. Савченко, Препринт ФИАН № 132, М., 1984 г.