Краткие сообщения по физике № 11-1984 г.

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ЦИРКУЛЯРНО ПОЛЯРИЗОВАННЫХ МАГНИТОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН В ПЛАЗМЕ

М.К. Берру, Л.М. Горбунов

УДК. 533.95

Показано, что в поле циркулярно поляризованной волны накачки с частотой, близкой к ленгмюровской частоте электронов, возможна параметрическая неустойчивость, в результате которой нарастают ленгмюровские волны и низкочастотные винтовые магнитостатические возмущения. Определены пороги и инкременты неустойчивости.

При исследованиях ионосферной и лазерной плазмы большое внимание уделяется вопросу о параметрических неустойчивостях, развивающихся в окрестности точки с критической концентрацией /1/. В этой работе анализируется еще один механизм неустойчивости, возникающей при распространении циркулярно поляризованной волны накачки в замагниченной плазме с концентрацией, близкой к критической.

Рассмотрим циркулярно поляризованную волну накачки с напряженностью электрического поля $\vec{E}_p$, распространяющуюся вдоль однородного магнитного поля $\vec{e}_z B_0$

$$\vec{E}_p = (1/2)\vec{E}_\perp \exp(-i\omega_0 t + ik_0 z) + \text{к.с.}, \tag{1}$$

где $\vec{E}_\perp = \vec{E}_0(\vec{e}_x \pm i\vec{e}_y)$; $\vec{e}_i$ – единичный вектор, направленный вдоль оси i $(i = x, y, z)$; знаки $\pm$ относятся к право- и лево-поляризованным волнам.

Магнитное поле волны накачки $\vec{B}_p$ и скорость движения электронов $\vec{v}_p$ зависят от координат и времени по такому же закону, что и поле (1), а соответствующие амплитуды равны:

$$\vec{B}_\perp = \frac{c}{\omega_0}[\vec{k}_0 \vec{E}_\perp], \quad \vec{v}_\perp = \frac{ie\omega_0}{m(\omega_0^2 - \Omega_e^2)}\left(\vec{E}_\perp + \frac{ie}{mc\omega_0}[\vec{E}_\perp \vec{B}_0]\right),$$

где $\Omega_e = |e|B_0/mc$ – циклотронная электронная частота.

Если частота волны накачки близка к ленгмюровской электронной частоте ω_p, то возникает нелинейная связь между ленгмюровскими волнами и низкочастотными поперечными магнитостатическими возмущениями.

Из уравнения гидродинамики для возмущения концентрации электронов n^l в ленгмюровской волне при учете нелинейной связи накачки с магнитостатической волной найдем

$$\frac{\partial^2 n^l}{\partial t^2} + \nu_e \frac{\partial n^l}{\partial t} - 3v_{Te}^2 \Delta n^l + \omega_p^2 n^l = - N_e \mathrm{div}\, \vec{g}, \tag{2}$$

где N_e, v_{Te}, ν_e – невозмущенная концентрация, тепловая скорость и эффективная частота столкновений электронов; коэффициент 3 введен для согласия с кинетическим рассмотрением; $\omega_p^2 = 4\pi N_e e^2 m^{-1}$;

$$\vec{g} = (e/mc)\left([\vec{v}_a \vec{B}_p] + [\vec{v}_p \vec{B}_a]\right), \tag{3}$$

здесь $\vec{v}_a$, $\vec{B}_a$ – возмущения электронной скорости и магнитного поля в магнитостатической поперечной волне.

Динамика магнитостатических волн, помимо величин $\vec{v}_a$ и $\vec{B}_a$, характеризуется еще возмущениями скорости ионов $\vec{v}_i$ и электрического поля $\vec{E}_a$. Из уравнений гидродинамики для электронов и ионов и уравнений Максвелла в линейном приближении следует система уравнений для всех этих возмущений:

$$\partial \vec{v}_i/\partial t = (e_i/m_i)\vec{E}_a + (e_i/m_i c)\,[\vec{v}_i \vec{B}_0] - \nu_i \vec{v}_i,$$

$$\partial \vec{v}_a/\partial t = (e/m)\vec{E}_a + (e/mc)\,[\vec{v}_a \vec{B}_0] - \nu_e \vec{v}_a + \vec{f},$$

$$\mathrm{rot}\, \vec{E}_a = -(1/c)\,\partial \vec{B}_a/\partial t,$$

$$\mathrm{rot}\, \vec{B}_a = (4\pi/c)\,(e_i N_i \vec{v}_i + e N_e \vec{v}_a) + (4\pi/c)\langle n^l \vec{v}_p\rangle,$$

где N_i, ν_i – невозмущенная концентрация и эффективная частота столкновений ионов, скобки $\langle ... \rangle$ означают усреднение по периоду волны накачки. Нелинейная связь с ленгмюровской волной определяется током в последнем уравнении и силой $\vec{f}$ в уравнении движения электронов:

$$\vec{f} = -\langle(\vec{v}\,\vec{\nabla})\vec{v}_p\rangle - (e/mc)\langle[\vec{v}^{\,l}\vec{B}_p]\rangle,$$

где $\vec{v}^{\,l}$ – скорость электронов в ленгмюровской волне.

Рассмотрим низкочастотные возмущения вида $\exp(-i\omega t + ikz)$. В соответствии с формулами (2), (3) возмущения n^l в ленгмюровской волне имеют частоты $\omega_{\mp} = \omega \pm \omega_0$ и волновые числа $k_{\pm} = k \pm k_0$. Положим, что волна накачки лево-поляризована. Тогда из приведенной ранее системы уравнений следуют два дисперсионных соотношения. Одно из них определяет закон дисперсии для право-поляризованных магнитостатистических возмущений ($E_{ax} = -iE_{ay}$) и при $\omega < \Omega_e$ имеет вид

$$D_R(\omega,k)\,D_l(\omega_+,k_+) = -\frac{v_0^2 k^2 \omega_p^2}{2\omega^2\omega_+^2}\left(1 - \frac{k_0\omega(\omega_0 + \Omega_e)}{k\omega_0\Omega_e}\right)^2, \qquad (4)$$

где $v_0 = eE_0/m(\omega_0 + \Omega_e)$; $\Omega_i = e_i B_0/m_i c$; $\omega_{Li}^2 = 4\pi N_i e_i^2 m_i^{-1}$;

$$D_R(\omega,k) = \frac{k^2c^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{Li}^2(\omega + i\nu_i)}{\omega\Omega_i(\Omega_i + \omega + i\nu_i)}; \quad D_l(\omega,k) =$$

$$= 1 - \frac{\omega_p^2 + 3k^2 v_{Te}^2}{\omega(\omega + i\nu_c)}.$$

Из соотношения (4) следует, что магнитостатическая волна связана только с ленгмюровской волной, имеющей суммарную частоту ω_+. Как известно, в этом случае распадная неустойчивость не возникает. Следовательно, лево-поляризованная волна накачки не может распадаться на ленгмюровскую и право-поляризованную магнитостатическую волны *).

Другое дисперсионное уравнение возникает для магнитостатических волн с левой циркулярной поляризацией ($E_{ax} = iE_{ay}$):

$$D_L(\omega,k)\,D_l(\omega_-,k_-) = -\frac{v_0^2\omega_p^2 k^2}{2\omega^2\omega_-^2}\left(1 - \frac{k_0\omega(\omega_0 + \Omega_e)}{k\omega_0\Omega_e}\right)^2, \qquad (5)$$

где

$$D_L(\omega,k) = \frac{k^2c^2}{\omega^2} + \frac{\omega_{Li}^2(\omega + i\nu_i)}{\omega\Omega_i(\omega + i\nu_i - \Omega_i)}. \qquad (6)$$

---

*) В работе /3/ показано, что возможен распад ленгмюровской волны на высокочастотную и низкочастотную циркулярную волны с противоположными направлениями вращения вектора поляризации.

В этом случае частоты обеих волн (магнитостатической и ленгмюровской) меньше, чем частота волны накачки и возможно их совместное нарастание. При этом сохраняется циркулярность – лево-поляризованная магнитостатическая волна генерируется лево-поляризованной волной накачки. Сохранение циркулярности имеет место и при других процессах нелинейного взаимодействия волн. В частности, для процессов вынужденного рассеяния этот вопрос рассмотрен в работе /2/.

В приближении слабой связи волн, которому соответствуют распадные процессы, предполагаются справедливыми законы дисперсии для всех взаимодействующих волн ($\mathrm{ReD_L} = 0$, $\mathrm{ReD_l}(\omega_-, k_-) = 0$). Волна накачки и диссипация определяют лишь малую добавку к частоте ω_1 и, согласно (5), уравнение для ее нахождения имеет вид:

$$\left(\omega_1 \frac{\partial \mathrm{ReD_L}}{\partial \omega} + i\,\mathrm{Im\,D_L}\right)\left(\omega_1 \frac{\partial \mathrm{ReD_l}}{\partial \omega} + i\,\mathrm{Im\,D_l}\right) = -\frac{v_0^2 \omega_p^2 k^2}{2\omega^2 \omega_-^2} \times$$

$$\times \left(1 - \frac{k_0\, \omega(\omega_0 + \Omega_e)}{k\omega_0 \Omega_e}\right)^2. \tag{7}$$

Решение уравнения $\mathrm{ReD_L} = 0$ при $\omega \ll \Omega_e$ определяет закон дисперсии альфвеновских волн, если $\omega < \Omega_i$ $(kc < \omega_{Li})$, и ионно-циклотронных волн, если $\omega \approx \Omega_i$ $(kc > \omega_{Li})$.

Рассмотрим более детально последний случай. Полагая в уравнении (7) $\omega_1 = 0$, найдем порог распадной неустойчивости. При $k > k_0 \Omega_i \omega_p^{-1}$ порог равен

$$v_{0,th}^2/c^2 = 2\nu_e \nu_i / \Omega_i \omega_p. \tag{8}$$

При значительном превышении порога ($v_0 \gg v_{0,th}$), согласно (7), инкремент

$$\gamma = \mathrm{Im}\,\omega_1 = (v_0/2c)\sqrt{\Omega_i \omega_p \omega_{Li}/kc}. \tag{9}$$

Закон дисперсии для волны накачки ($k_0^2 c^2 \approx \omega_p^2 (2\Delta + \Omega_e)/(\omega_p + \Omega_e)$, $\omega_0 = \omega_p + \Delta$) совместно с законом дисперсии для ленгмюровской волны ($\mathrm{ReD_l}(\omega_-, k_-) = 0$) определяет волновые числа неустойчивых ионно-циклотронных волн

$$k_\circ = \omega_p \left[\frac{1}{c} \sqrt{\frac{2\Delta + \Omega_e}{\omega_p + \Omega_e}} \pm \frac{1}{v_{Te}} \sqrt{\frac{2(\Delta - \Omega_i)}{3\omega_p}} \right]. \qquad (10)$$

Формула (10) справедлива при $\Delta > \Omega_i$ и устанавливает связь между расстройкой Δ и волновым числом k. Максимальный инкремент $\gamma_{max} = (v_0/2c)\sqrt{\Omega_i\omega_p}$, которому соответствуют наиболее длинноволновые возмущения ($k \sim \omega_{Li}c^{-1}$), имеет место при расстройке ($\Delta < \Omega_e$)

$$\Delta_{max} = \Omega_i + \frac{3}{2} \frac{v_{Te}^2}{c^2} \omega_p \left(\frac{e_i m}{|e| m_i} + \sqrt{\frac{\Omega_e}{\omega_p + \Omega_e}} \right)^2 . \qquad (11)$$

Таким образом, высокочастотная циркулярно поляризованная волна с частотой, близкой к плазменной частоте электронов, неустойчива относительно возбуждения высокочастотных ленгмюровских и низкочастотных магнитостатических циркулярных волн. При этом имеет место сохранение циркулярности. Рассмотренная неустойчивость может проявиться при нагреве и удержании плазмы в магнитных ловушках, при распространении волн в ионосфере. В качестве примера оценим порог и инкремент в условиях нагрева плазмы излучением CO_2-лазера в длинном соленоиде /4/ при следующих параметрах: $N_e = 10^{19}$ см$^{-3}$; $B_0 = 2\cdot 10^6$ Гс; $T_e = 10$ кэВ; $\omega_0 = 2\cdot 10^{14}$ с$^{-1}$; $\nu_e = 2{,}5\cdot 10^9$ с$^{-1}$. Поскольку ионы плазмы не замагничены, то можно считать, что длина их свободного пробега ограничена поперечными размерами соленоида и составляет несколько сантиметров ($\nu_i \approx 2\cdot 10^7$ с$^{-1}$). Из формулы (8) найдем $v_{0,th}/c \approx 2\cdot 10^{-4}$. При зничительном превышении порога ($v_0/c = 0{,}1$) максимальный инкремент имеет место при расстройке $\Delta_{max} = 2\cdot 10^{11}$ с$^{-1}$ для возмущений с волновыми числами $1{,}5\cdot 10^{-4}$ см$^{-1}$ и составляет 10^{11} с$^{-1}$

Поступила в редакцию 18 июля 1984 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.П. Силин. Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму. М., Наука, 1973, с. 48.
2. T. Tajima, Phys. Fluids, **20**, 61 (1977)
3. P.K. Shukia, R.P. Sharma, Phys. Rev. A, **25**, 2816 (1982).
4. J.M. Dawson et al. In "Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research", Madison, Wisconsin, IAEA, **1**, 673 (1971).