Краткие сообщения по физике № 1 1983

ВЛИЯНИЕ ГРАВИТАЦИИ НА ВЫТЕКАНИЕ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ ИЗ ЛОВУШКИ

А. В. Антонов, Б. И. Горячев, А. И. Исаков, Н. В. Линькова

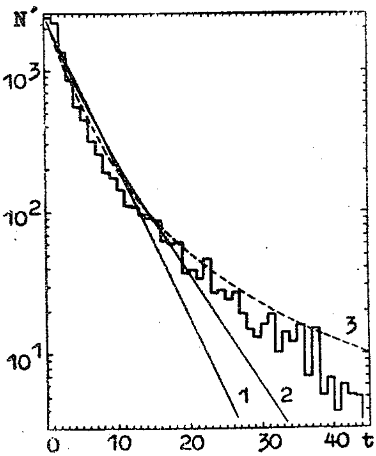
УДК 539.125.5

Методом Монте-Карло рассчитаны спектры утечки ультрахолодных нейтронов (УХН) из ловушки для центрального и кольцевого отверстий в нижнем торце ловушки. Проведен анализ полученных результатов. Приведена поправка на гравитацию при оценке средней скорости УХН в ловушке.

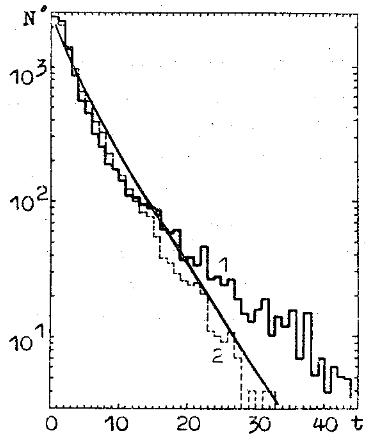
Изменение потенциальной энергии ультрахолодного нейтрона (УХН), движущегося в ловушке высотой $H \sim 1$ м, сравнимо с его кинетической энергией. Поэтому точное описание газа УХН в больших ловушках требует учета гравитации. В настоящей работе методом статистических испытаний /I,2/ проведен численный эксперимент, в котором вытекание газа УХН из ловушки рассмотрено с учетом ускорения свободного падения g. Расчеты выполнены для медной цилиндрической ловушки /3/ для монохроматических нейтронов со скоростью $v_0 = 4{,}8$ м/с, что соответствует средней скорости нейтронов на уровне нижнего основания ($z = 0$) при $g = 9{,}8$ м/с^2. Кроме вытекания газа через отверстие, расположенное в нижнем основании ловушки, не рассматривались иные процессы, приводящие к утечке УХН. Упругое взаимодействие УХН со стенками ловушки рассмотрено так же, как в /2/. Вероятность диффузного рассеяния ε определялась как $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos\theta$, где θ – угол между направлением скорости v нейтрона и нормалью к поверхности в точке падения. Параметр ε_0 принимался равным 0,I. Рассмотрено вытекание газа УХН через центральное отверстие радиуса $R = 15$ см в плоскости нижнего основания ловушки. Согласно /2/, такое значение R соответствует случаю, когда существенно проявляется свойство зеркальности ловушки.

Чтобы выяснить, как влияет положение отверстия на характер вытекания нейтронов, также был проведен расчет для кольцевого отверстия той же площади с $R_1 = 0,132$ м и $R \leqslant 0,2$ м. Экспериментальная ситуация, соответствующая программе расчета, описана в /2/. В результате численного эксперимента были получены спектры утечки $N'(t)$, характеризующие вероятность вылета УХН из ловушки между моментами времени t и $t + dt$, в виде гистограмм с шириной интервала δt. Для построения каждой гистограммы разыгрывалось 10^4 историй. Расчеты выполнены на PDP-11/70.

Результаты расчета по методу Монте-Карло в случае вытекания нейтронов через центральное отверстие в плоскости основания представлены сплошными гистограммами на рис. I и 2. Вытеканию через кольцевое отверстие соответствует гистограмма 2 рис. 2. Для интерпретации полученных результатов были проведены модельные расчеты, результаты которых изображены сплошными кривыми на рис. I и 2.



Р и с. I. Гистограмма - спектр утечки УХН, полученный методом Монте-Карло для центрального отверстия радиуса $R = 15$ см в плоскости нижнего основания ловушки (ширина интервала гистограммы $\delta t = 0,13$ с); I,2,3 - модельные кривые (см. текст)



Р и с. 2. Гистограмма 1 – то же, что на рис. I; гистограмма 2 – спектр утечки УХН, полученный методом Монте-Карло для кольцевого отверстия $R_1 = 13,2$ см, $R_2 = 20$ см в плоскости нижнего основания ловушки ($\delta t = 0,13$ с); Сплошная кривая – то же, что модельная кривая 2 на рис. I

Рассмотрим случай "чисто диффузной" ловушки, когда изотропное распределение нейтронов в пространстве скоростей практически не нарушается за счет их вытекания из ловушки. В этом случае изменение числа нейтронов в ловушке происходит по закону

$$N(t) = N(0)\exp(-\lambda t), \qquad (I)$$

где без учета гравитации $\lambda = \lambda_0$ и определяется газокинетическим соотношением $\lambda_0 = vs/4V$. Здесь s – площадь отверстия, V – объем ловушки. Получим теперь λ_g с учетом гравитации в случае, когда отверстие находится на дне сосуда. Определяя λ_g как $\lambda_g = |dN(t)/dt|/N(t)$ и используя выражение для фазовой плотности нейтронов в виде /4/

$$n(z,v,t) = c(t)(2\pi v_0 V)^{-1}\delta(v_0^2 - v - 2gz), \qquad (2)$$

где v_0 – скорость УХН на уровне $z = 0$, получим

$$\lambda_g = \lambda_0 \frac{3gH}{v_0^2\left[1 - (1 - 2gH/v_0^2)^{3/2}\right]}. \qquad (3)$$

Нетрудно показать, что физически такой вид λ_g определяется увеличением плотности нейтронов вблизи отверстия (при $z = 0$) по сравнению со средней плотностью нейтронов в ловушке. Расчет $N'(t) = dN(t)/dt$, где $N(t)$ соответствует формуле (I) при $\lambda = \lambda_g$, представлен кривой I на рис. I.

Рассмотрим другой предельный случай, когда ловушка "чисто зеркальная", т.е. угол θ в данной точке падения на поверхность ловушки является интегралом движения для каждого нейтрона. Возьмем функцию распределения нейтронов в виде /5/

$$f = c\delta(v_z^2 - v_{oz}^2 + 2gz)\delta(v_x^2 - v_{ox}^2)\delta(v_y^2 - v_{oy}^2), \qquad (4)$$

которая описывает фазовые траектории нейтронов с фиксированными значениями $|v_{ox}|, |v_{oy}|, |v_{oz}|$. Естественно различать траектории нейтронов по углу θ_0 их падения на дно ловушки. Определим $\lambda_g(\mu) = |dN_\mu/dt|/N_\mu$, где $\mu = \cos\theta_0$. Тогда для таких нейтронов получим в случае $v_{oz}^2 < 2gH$

$$\lambda_{g1} = \frac{1}{2}\,\frac{sv_{oz}}{V}\Big/\frac{v_{oz}^2}{gH}, \qquad (5)$$

и при $v_{oz}^2 > 2gH$

$$\lambda_{g2} = \frac{1}{2}\,\frac{s}{V}\,\frac{v_{oz}}{(v_{oz}^2/gH)\left[1 - (1 - 2gH/v_{oz}^2)^{1/2}\right]}\,. \qquad (6)$$

Величина $N_\mu = dN/d\mu$ соответствует числу нейтронов на единицу телесного угла с данным μ на уровне дна ловушки. Полное число нейтронов в такой "чисто зеркальной" ловушке как функция времени t при вытекании через отверстие в дне может быть записано в виде

$$N(t) = \int_0^{\tilde\mu} N_\mu \exp(-\lambda_{g1}(\mu)t)d\mu + \int_{\tilde\mu}^{1} N_\mu \exp(-\lambda_{g2}(\mu)t)d\mu, \qquad (7)$$

где $\tilde{\mu} = (2gH/v_0^2)^{1/2}$ и интегрирование соответствует первоначально изотропному распределению нейтронов. Отсюда следует

$$N(t) = N(0)F_g(t), \tag{8}$$

где

$$F_g(t) = 0{,}75\left[1 - (1 - \tilde{\mu}^2)^{3/2}\right]^{-1} \times$$

$$\times\Big\{\exp(-\gamma\tilde{\mu}t)(\tilde{\mu}^2/\gamma t + \tilde{\mu}^3 - \tfrac{1}{2}\gamma\tilde{\mu}^4 t + \tfrac{1}{2}\gamma^2 t^2\tilde{\mu}^5) + \tag{9}$$

$$+ \exp\left(-\frac{\gamma\tilde{\mu}^2 t}{1 - \sqrt{1 - \tilde{\mu}^2}}\right)\left(\frac{-\tilde{\mu}^2}{\gamma t} + \frac{(1 - \sqrt{1 - \tilde{\mu}^2})^3}{3} - \frac{\gamma\tilde{\mu}^2 t(1 - \sqrt{1 - \tilde{\mu}^2})^2}{6} +\right.$$

$$\left. + \frac{\gamma^2\tilde{\mu}^4 t(1 - \sqrt{1 - \tilde{\mu}^2})}{6}\right) - \frac{1}{6}(\gamma\tilde{\mu}^2 t)^3\left(E_1\left(\frac{\gamma\tilde{\mu}^2 t}{1 - \sqrt{1 - \tilde{\mu}^2}}\right) + 3E_1(\gamma\tilde{\mu}t)\right)\Big\}.$$

Здесь $\gamma = sv_0/4V$. Кривая 2 на рис. I и сплошная кривая на рис. 2 изображают спектр утечки $N'(t)$ из зеркальной ловушки, т.е. первую производную функции (8). Отметим, что эта кривая идет существенно ближе к соответствующей аппроксимации по газокинетической теории, чем в случае $g = 0$ /2/. Это связано с тем, что нейтроны, падающие под большим углом θ на дно ловушки и имеющие малую компоненту v_{oz}, чаще соударяются с плоскостью дна, чем в случае $g = 0$. Траектории этих нейтронов, определяющие при $g = 0$ "хвост" спектра утечки, в наибольшей степени подвержены влиянию гравитации. Кривой 3 на рис. I представлена первая производная функции

$$N(t) = N(0)\,\frac{1 - \exp(-2\lambda_g t)}{2\lambda_g}, \tag{10}$$

которая описывает изменение со временем числа нейтронов в зеркальной ловушке при $g = 0$ /2/, если λ_g заменить на λ_0. Как видно из рис. I, "экспериментальная" гистограмма весьма приближенно описывается всеми рассмотренными моделями. Ход кривой 3 наиболее соответствует гистограмме. Кривая I явно не отвечает расчету Монте-Карло. Кривая 2 идет более круто, чем гистограмма. Это связано с тем, что в данной аппроксимации неявно предполагается однородность плотности нейтронов в горизонтальной плоскости. Однако данные численного эксперимента свидетельствуют о том, что плотность нейтронов растет с увеличением радиуса, достигая максимума у боковой поверхности ловушки. Как показывает анализ, хорошо "выживают" в ловушке те нейтроны, которые отражаются от боковой поверхности и дна ловушки под большими углами θ. Так как диффузное рассеяние следует зависимости $\sim \cos^2\theta$ /2/, такие нейтроны имеют малую вероятность диффузного рассеяния и, сохраняя угол θ, движутся по винтовым траекториям вблизи боковой поверхности ловушки. Поэтому вероятность попадания в центральное отверстие для них мала. Этим, вероятно, объясняется более пологий ход гисторграммы по сравнению с кривой 2. Более крутой ход гистограммы 2 в сравнении с гистограммой I на рис. 2 свидетельствует о том, что в случае рассмотренного кольцевого отверстия нейтроны из ловушки вытекают быстрее, менее выражен "хвост" распределения утечки. Это в значительной степени определяется более быстрой утечкой нейтронов с винтовыми траекториями. Такой процесс изъятия наиболее устойчивых по отношению к диффузному рассеянию нейтронов можно рассматривать как эффективное уменьшение степени зеркальности ловушки. Как и при $g = 0$ крутизна "экспериментальных" спектров утечки в области малых значений t превышает наклон экспоненты, полученной по газокинетической теории /2/. В отличие от случая $g = 0$ модели I и 2, представленные на рис. I, не позволяют провести интерполяцию для определения степени зеркальности ловушки /2/. Однако анализ численного эксперимента может быть проведен без помощи моделей. В табл. I приведены результаты расчетов нескольких параметров, характеризующих спектры утечки УХН для двух рассмотренных типов отверстий. Здесь $\bar{t}_т = 1/\lambda_0$ в случае $g = 0$ и $\bar{t}_т = 1/\lambda_g$ при $g = 9{,}8$ м/с^2, $\bar{t}_э$ - среднее экспериментальное время вытекания нейтронов из ловушки, а величина $\xi = \sqrt{D}/\bar{t}_э$, где D - дисперсия "экспериментального" спектра утечки, характеризует отклонение этого спектра от экспоненциального закона (для экспоненты $\xi = 1$). Из таблицы следует,

Таблица I.

Параметры численного эксперимента и модельных кривых.

Тип отверстия	$\bar{t}_э$	$\bar{t}_т$	$\bar{t}_э/\bar{t}_т$	ξ
$g = 9,8$ м/с^2				
Центральное отверстие $R = 15$ см	$0,68 \pm 0,0I$	0,5876	$I,I6 \pm 0,0I$	$I,25 \pm 0,07$
Кольцевое отверстие $I3,2 \leqslant R \leqslant 20$ см	$0,586 \pm 0,009$	0,5876	$0,997 \pm 0,0I5$	$I,02 \pm 0,06$
$g = 0$				
	$0,963 \pm 0,0I5$	0,666	$I,446 \pm 0,023$	$I,I7 \pm 0,07$
	$0,807 \pm 0,0I3$	0,666	$I,2I2 \pm 0,095$	$I,II \pm 0,07$

что в случае центрального отверстия явно выполняется неравенство $\xi > 1$ как при $g = 9,8$ м/с^2, так и при $g = 0$. Это отражает отличие "экспериментальных" спектров от экспоненциального распределения, свидетельствуя о наличии медленно убывающего "хвоста" в области больших значений t. То, что значения ξ в пределах ошибок при этом совпадают, означает, что экспоненциальный закон в равной степени не применим в обоих случаях ($g = 9,8$ м/с^2 и $g = 0$).Это можно объяснить, учитывая, что степень зеркальности ловушки определяется в основном значениями ε_0 и s/S_0, где S_0 - полная поверхность ловушки /2/. В случае кольцевого отверстия величины ξ при $g = 0$ и $g = 9,8$ м/с^2 меньше аналогичных для центрального отверстия, а отношения $\bar{t}_э/\bar{t}_т$ ближе к единице, т.е. "экспериментальные" спектры ближе к экспоненциальным распределениям с соответствующими значениями λ_0 и λ_g. Это является следствием отмеченного уменьшения степени зеркальности ловушки за счет более быстрого выбывания нейтронов с винтовыми траекториями.

Рассмотренные эффекты существенны, когда вытекание газа УХН из ловушки происходит быстро и диффузное рассеяние нейтронов на стенках не успевает восстанавливать их первоначальное изотропное распределение. Однако влияние гравитации необходимо учитывать и в том случае, когда вытекание нейтронов происходит медленно, т.е. $s/S_0 \ll 10^{-2}$ /2/. Можно показать, что в этом случае для реального эксперимента средняя скорость УХН $\bar{v}_0$ у дна ловушки определяется из соотношения

$$\ln N'(t) = \mathrm{const} - \frac{st}{4V} v_0^*, \qquad (11)$$

справедливого при малых временах вытекания. При этом

$$v_0^* = \bar{v}_0\left[1 + \frac{gH}{2}\,\overline{(v_0^{-1})}(\bar{v}_0)^{-1}\right], \qquad (12)$$

откуда следует, что $\bar{v}_0 = v_0^*$ только в случае $gH = 0$ (черточка в (12) обозначает усреднение по спектру скоростей у дна ловушки). Учитывая, что $\overline{(v_0^{-1})} \simeq (\bar{v}_0)^{-1}$, получаем

$$\bar{v}_0 = v_0^*/2 + (v^{*2}/4 - gH/2)^{1/2}. \qquad (13)$$

Для ловушки с $H = 0{,}4$ м /3/ $\bar{v}_0$ отличается от v_0^* на $\sim 10\%$.

Поступила в редакцию
22 июля 1982 г.

Литература

1. А. В. Антонов и др., Препринт ФИАН № 260, М., 1981 г.
2. А. В. Антонов и др., Препринт ФИАН № 133, М., 1982 г., Краткие сообщения по физике ФИАН № 8, 41, 1982 г.
3. А. В. Антонов и др., Краткие сообщения по физике ФИАН № 10, 3 (1978).
4. В. К. Игнатович, Г. И. Терехов, ОИЯИ, Р4-9467, Дубна, 1976 г.
5. А. В. Антонов и др., Препринт ФИАН № 178, М., 1978 г., Краткие сообщения по физике ФИАН № 10, 27 (1978).