Краткие сообщения по физике № 12-1984 г.

ДВРМБ В УСЛОВИЯХ СИЛЬНОЙ СВЯЗИ ВОЛН

А.А. Зозуля, В.П. Силин

УДК 533.951

Изложены результаты теории абсолютной неустойчивости двойного вынужденного рассеяния Мандельштама – Бриллюэна (ДВРМБ) в условиях, когда частотный сдвиг рассеянного излучения значительно превышает $(v_s/c)\omega_0$.

В экспериментах по взаимодействию лазерного излучения с плазмой появились указания на ВРМБ, при котором сдвиг ω рассеянного излучения по частоте значительно превышает звуковую частоту $(v_s/c)\omega_0$, где v_s (c) – скорость звука (света); ω_0 – частота волны накачки /1/. Это явление связывается с режимом сильной связи волн. Поэтому разработка теории ДВРМБ /2, 3/ в условиях сильной связи волн, когда $(v_s/c)\omega_0 \ll \omega \ll \omega_{Li}$ ($\omega_{Li(e)}$ – ионная (электронная) ленгмюровская частота), становится актуальной.

Следует отметить, что, в отличие от обычной конвективной неустойчивости ВРМБ, ДВРМБ является абсолютной неустойчивостью, соответствующей и в режиме сильной связи возбуждению собственных параметрических мод.

В качестве исходных уравнений используем

$$\begin{aligned}
&\left(2i\omega_0 \frac{\partial}{\partial t} + c^2\Delta + \omega_0^2 - \omega_{Le}^2\right)\vec{E} = \omega_{Le}^2 \frac{\delta n_e}{n_e}\vec{E},\\
&\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - v_s^2\Delta\right)\frac{\delta n_e}{n_e} = \frac{v_s^2}{16\pi n_c \kappa T}\Delta|\vec{E}|^2,
\end{aligned} \qquad (1)$$

где n_c – критическая плотность; $T = T_e + (3/Z)T_i$.

Примем для электрического поля $\vec{E}$ и возмущения электронной плотности δn_e следующие выражения:

$$E = \sum_\sigma E_{0\sigma}\exp(i\sigma k_{0x}x + i\vec{k}_{0\perp}\vec{r}) + E^*_{-1\sigma}\exp(i\sigma k_{-1x}x + i\vec{k}_\perp\vec{r} + i\omega^* t) +$$
$$+ E_{1\sigma}\exp(i\sigma k_{1x}x + i(2\vec{k}_{0\perp} - \vec{k}_\perp)\vec{r} - i\omega t), \qquad (2)$$

$$\delta n_e = n_e[\nu_0 \exp(2ik_{0x}x) + \tilde{\nu}\exp(i(\vec{k}_{0\perp} - \vec{k}_\perp)\vec{r} - i\omega t)] + \text{к.с.}$$

Здесь $E_{0\sigma}$ – амплитуды s-поляризованной волны накачки; $E_{\pm 1\sigma}$ – проекции поля антистоксовой и стоксовой компонент рассеянного излучения на направление поля накачки (принято $\mathrm{Re}\,\omega > 0$). Значение $\sigma = +1$ отвечает распространению излучения в сторону отражающей границы плазменного слоя, $\sigma = -1$ отвечает отраженным волнам; $k_{0x} = [(\omega_0^2 - \omega_{Le}^2)/c^2 - k_{0\perp}^2]^{1/2}$,

$$k_{-1x} = [(\omega_0^2 - \omega_{Le}^2)/c^2 - k_\perp^2]^{1/2}, \tag{1}$$

$$k_{1x} = [(\omega_0^2 - \omega_{Le}^2)/c^2 - (2\vec{k}_{0\perp} - \vec{k}_\perp)^2]^{1/2} \tag{2}$$

Из (1),(2), в частности, для $e_{0\sigma} = E_{0\sigma}/E_0$, где $E_0 = E_{01}(0)$ находим

$$\sigma de_{0\sigma}/dx = ip|e_{0-\sigma}|^2 e_{0\sigma},$$

где $p = (\gamma_0^3/\omega_s^2 v_0)$. Отсюда, учитывая $e_{0-1}(l) = re_{01}(l)$, получаем $e_{01}(x) = \exp(ir^2px)$ и $e_{0-1}(x) = r\exp[ip((1+r^2)l - x)]$ (время установления таких стационарных решений $\sim \gamma_s^{-1}$, где γ_s – декремент затухания звука). В результате имеем:

$$\left(\frac{\omega}{v} + i\frac{d}{dx}\right)E_{\mu 1} = \mu\frac{\gamma_0^3}{\omega^2 v}[(r^2+b)E_{\mu 1} + (1+b)rE_{-\mu -1}\exp(-i\mu\varphi|x| + i\delta x)], \tag{3}$$

$$\left(\frac{\omega}{v} - i\frac{d}{dx}\right)E_{\mu -1} = \mu\frac{\gamma_0^3}{\omega^2 v}[(1+br^2)E_{\mu -1} + (1+b)rE_{-\mu 1}\exp(-i\mu\varphi|x| - i\delta x)],$$

где

$$\mu = \pm 1;\ \delta = k_{-1x} - k_{1x};\ \varphi(x) = p[(1-r^2)x - (1+r^2)l];$$

$$v = k_{-1x}c^2/\omega_0;\ v_0 = k_{0x}c^2/\omega_0;\ \gamma_0^3 = \omega_s^2\omega_{Le}^2E_0^2/\omega_0 32\pi n_c \kappa T;$$

$$\omega_s^2 = v_s^2[(k_{0x} + k_{-1x})^2 + (\vec{k}_{0\perp} - \vec{k}_\perp)^2];$$

$$b = [(k_{0x} - k_{-1x})^2 + (\vec{k}_{0\perp} - \vec{k}_\perp)^2]/[(k_{0x} + k_{-1x})^2 + (\vec{k}_{0\perp} - \vec{k}_\perp)^2].$$

Совместное возбуждение двух пар волн, описываемых уравнениями (3), имеет место фактически только при $r^2 = 1$, поэтому для пары E_{-11}, E_{1-1} при

$r^2 \neq 1$ имеем граничные условия $E_{-11}(0) = 0$, $E_{1-1}(l) = 0$, которые приводят при выполнении резонансного условия $p(1 - r^2) + \delta = 0$ к следующему дисперсионному уравнению:

$$\exp(2ik_1 l\omega/v) = \frac{1 - (\gamma_0^3/2\omega^3)(1-b)(1-r^2) - k_1}{1 - (\gamma_0^3/2\omega^3)(1-b)(1-r^2) + k_1}, \qquad (4)$$

где $k_1 = [((\gamma_0^3/2\omega^3)(1-r^2)(1-b) - 1)^2 + (\gamma_0^3 r(1+b)/\omega^3)^2]^{1/2}$.

Аналогичное дисперсионное уравнение для второй пары волн E_{11}, E_{-1-1} отличается от (4) знаком перед γ_0^3. В условиях относительно небольших частотных сдвигов и инкрементов ($\omega \ll \gamma_0$) из (4) следует:

$$\omega^2 = (\gamma_0^3 la/2v)\,[(2n+1)\pi - i\ln V]^{-1}. \qquad (5)$$

Здесь $a = (1/2)\,[(1 - r^2)(1 - b)^2 + 4r^2(1+b)^2]^{1/2}$; $V = [a + (1/2)(1 - r^2)(1-b)]/[a - (1/2)(1-r^2)(1-b)]$, n – целое.

Поскольку для режима сильной связи необходимо выполнить неравенства $(\omega_0/v)v_S \ll \omega \ll \omega_{Li}$ и, кроме того, для укорачивания уравнений (1) необходимо потребовать $(\gamma_0^3/\omega_S^2 v_0) \ll (\omega_0/v_0)$, то можно утверждать, что формула (5) имеет место при условиях ($n \sim 1$, $\ln V \sim 1$)

$$\left(\frac{\omega_0 l}{v}\right)^2 \left(\frac{v_S}{v}\right)^2 \ll \left(\frac{\gamma_0 l}{v}\right)^3 \ll 1,\ \left(\frac{\omega_{Li} l}{v}\right)^2,\ \left(\frac{\omega_0 l}{v}\right)^3 \left(\frac{v_S}{v}\right)^2.$$

Предельное значение инкремента отвечает условиям, при которых время нарастания возмущений становится сравнимым со временем прохода волны накачки через слой плазмы. Этот случай отвечает $k_1 = \pi n v/l\omega \ll 1$, где n – целое. При этом

$$\omega^3 = (1/2)\gamma_0^3[(1 \pm ir)^2 - b(1 \mp ir)^2], \qquad (6)$$

что, в частности, отвечает нарастающим возмущениям, имеющим частоту и инкремент $\sim \gamma_0$ при $r \sim 1$. Если $r = 0$ (в соответствии с предположением $\mathrm{Re}\,\omega > 0$) уравнение (6) не имеет решений, отвечающих нарастанию возмущений.

При $r^2 = 1$, когда обе стокс-антистоксовы пары возбуждаются совместно, решение системы уравнений (3) с граничными условиями отражения на заднем конце слоя $E_{\pm 1-1}(l) = E_{\pm 11}(l)$ приводит к дисперсионному уравнению

$$\exp(2ikl\omega/v) = \frac{1 \mp i(\gamma_0^3/2\omega^3)(1+b) - k}{1 \mp i(\gamma_0^3/2\omega^3)(1+b) + k}, \tag{7}$$

где $k = k_1$ $(r^2 = 1)$.

При условии $\omega \ll \gamma_0$ решение (7) отвечает апериодической неустойчивости

$$\omega = i\left(\frac{\gamma_0^3 l}{v}(1+b)\right)^{1/2} \left[\pi\left(n + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{4}\right)\right]^{-1/2},$$

в то время как предельное значение инкремента описывается формулой (6) при $r = 1$.

В заключение отметим, что при $r = 0$ уравнения (3) описывают распространение волн, для которых можно записать, например, следующее решение:

$$E_{-1\,-1}(x) = C \exp\left[-i\left(\frac{\gamma_0^3}{\omega^2 v} + \frac{\omega}{v}\right)x - i\omega t\right]. \tag{8}$$

Для волновых пакетов, описываемых интегралами по частоте от выражения (8), показатель экспоненты будет иметь экстремальное значение при ω_*, зависящей от координат и времени и определяться выражением

$$\omega_*^3 = 2\gamma_0^3 x / (x + vt). \tag{9}$$

При этом зависимость поля от координаты x дается формулой

$$\exp(-3i\gamma_0^3 x/\omega_*^2 v) = \exp\left[-(3/2)\, i\,(x/v + t)\,\omega_*\right]. \tag{10}$$

Смещая контур интегрирования по ω в комплексную плоскость так, чтобы $\mathrm{Im}\,\omega(t + x/v) < 0$, можно найти корень уравнения (9), соответствующий координатной зависимости (10). В частности, при $t \to \infty$ получаем асимптотическую зависимость, когда рост возмущений характеризуется изменяющимся по закону $(3\sqrt{3}/4)\gamma_0 (2xt^2/v)^{1/3}$ показателем экспоненциальной функции.

Поступила в редакцию 19 июня 1984 г.
После переработки 7 сентября 1984 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Baldis H.A., Walsh C.J. Phys. Fluids, 26, № 1, 3426 (1983).
2. Зозуля А.А., Силин В.П., Тихончук В.Т. ЖЭТФ, 84, № 4, 1296 (1984).
3. Зозуля А.А., Силин В.П., Тихончук В.Т. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 10, 38 (1983).