Краткие сообщения по физике № 2 1983

ОБ УСИЛЕНИИ ЭФФЕКТА ОГРАНИЧЕНИЯ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЕ

В. Ю. Быченков, В. П. Силин

УДК 533.951

Проводится обобщение развитой ранее /I/ теории ионно-звуковой турбулентности на случай плазмы с распределением электронов близким к $\exp(-v^p/v_0^p)$. Показано, что при $p > 2$ имеет место усиление эффекта ограничения теплопереноса в турбулентной плазме по сравнению с установленным для максвелловского распределения ($p = 2$).

В работе /I/, явившейся определенным итогом двадцатилетнего развития теории ионно-звуковой турбулентности (ИЗТ) (см. литературу, цитируемую в /I/), построена теория, позволяющая сравнительно полно представить закономерности явлений переноса в турбулентной плазме /I,2/. При этом рассмотрение работ /I,2/ было ограничено простейшей ситуацией, когда распределение электронов предполагалось мало отличающимся от максвелловского. Вместе с тем, в ряде практически интересных случаев функция распределения электронов может существенно отличаться от максвелловской. Так, например, в работе /3/ указывалось на возникновение электронной функции распределения $f_e \sim \exp(-v^5/v_0^5)$ в результате обратнотормозного поглощения плазмой греющего излучения. Заметим также, что сама ИЗТ может явиться причиной установления распределения типа $\exp(-v^5/v_0^5)$ /4/. Говоря об отличии распределения электронов от максвелловского, подчеркнем, что в работе /5/ указывалось на возможность уменьшения, в результате такого отличия, классических коэффициентов переноса, обусловленных обычными столкновениями. В настоящем сообщении мы обобщаем теорию ИЗТ, развитую в работе /I/, на случай плазмы с распределением электронов, близким к $\exp(-v^p/v_0^p)$, и показываем, что при $p > 2$ имеет место усиление эффекта ограничения теплопереноса в турбулентной плазме по сравнению с установленным в /I/ для максвелловского распределения ($p = 2$). Отметим, что вопрос о зависимости коэффициентов переноса в условиях ИЗТ от вида функции распределения электронов не нов (см. /6/). Однако ранее получение ответа на такой вопрос было затруднительным из-за отсутствия последовательной теории ИЗТ.

Следуя /I/, рассмотрим стационарное состояние ИЗТ, характеризуемое распределением $N(\vec{k})$ - числа ионно-звуковых волн, удовлетворяющим уравнению

$$\frac{2\pi^2 e^2}{m_e}\frac{\omega_s v_s^2}{\omega_{Li}^2}\int d\vec{v}\delta(\omega_s - \vec{k}\vec{v})\left(\vec{k}\frac{\partial f_e}{\partial \vec{v}}\right) + \frac{\pi k^2 v_{Ti}^4}{v_s^2}\frac{\partial}{\partial k}\left[k^2\int\frac{d\vec{k}'}{(2\pi)^3}\times\right.$$

$$\left.\times\,\delta(k - k')\frac{[\vec{k}\vec{k}']^2(\vec{k}\vec{k}')^2}{(kk')^4}\frac{N(\vec{k}')}{n_i \varkappa T_i}\right] = 0, \quad (I)$$

где $\omega_s = kv_s$ - частота ионного звука, ω_{Li} и $v_{Ti} = \sqrt{\varkappa T_i/m_i}$ - ленгмюровская частота и тепловая скорость ионов, а электронная функция распределения f_e определяется из кинетического уравнения

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + \vec{v}\frac{\partial f_e}{\partial \vec{r}} + \frac{e\vec{E}}{m_e}\frac{\partial f_e}{\partial \vec{v}} = \frac{e^2}{2\pi m_e^2}\frac{v_s^2}{\omega_{Li}^2}\frac{\partial}{\partial v_j}\int d\vec{k}k_j k_r \omega_s N(\vec{k})\delta(\omega_s - \vec{k}\vec{v})\frac{\partial f_e}{\partial v_r}, \quad (2)$$

учитывающего рассеяние электронов на ионно-звуковых флуктуациях. Соотношение (I) представляет собой равенство нулю нелинейного инкремента, складывающегося из электронного инкремента раскачки неустойчивости (первое слагаемое в (I)) и нелинейного декремента ионно-звуковых волн, обусловленного рассеянием ионного звука на ионах (второе слагаемое).

Уравнения (I) (2) будем решать методом, изложенным в работе /I/, с тем лишь отличием, что изотропную часть f_0 электронной функции распределения $f_e = f_0(v) + f_1(\vec{v})$ примем в виде

$$f_0 = \frac{p}{4\pi\Gamma(3/p)}\frac{n_e}{v_0^3}\exp(-v^p/v_0^p), \quad (3)$$

где $\Gamma(x)$ – гамма-функция. Поскольку основной эффект, описываемый правой частью уравнения (2), – квазилинейная диффузия по углам, приводящая к изотропизации распределения, то, также как в /I/, анизотропная часть f_1 электронной функции распределения мала по сравнению с f_0.

Для распределения (3) можно говорить о средней температуре, которая следующим образом связана с величиной характерной скорости электронов v_0 /5/: $T_e = m_e v_0^2 \Gamma(5/p)/3\Gamma(3/p)$. При этом для ионно-звуковой скорости v_s имеем $v_s = v_{s0}\left[3\Gamma^2(3/p)/\Gamma(5/p)\times \times \Gamma(1/p)\right]^{1/2}$, где $v_{s0} = \sqrt{ZT_e/m_i}$, Z – кратность ионизации ионов, кроме того ниже будем использовать обозначение $v_{Te} = \sqrt{\varkappa T_e/m_e}$, $r_{De} = v_s/\omega_{Li}$.

Выберем ось z системы координат ориентированной вдоль векторов ∇n_e, ∇T_e, $\vec{E}$ и направленной так, чтобы величина $en_eE_z - \nabla_z n_e \varkappa T_e$ была положительна. Тогда решение уравнения (I) может быть записано в виде

$$N(\vec{k}) = N(k)\Phi(\cos\theta_k),$$

где

$$N(k) = \frac{4\pi n_e \varkappa T_e}{v_{Ti}^2}\frac{v_s^2}{v_{s0}^2}\frac{\gamma_s(k)}{k^5}\ln\frac{1}{kr_{De}}, \quad \gamma_s = \frac{\pi p\omega_s}{4\Gamma(3/p)}\left(\frac{\omega_{Le}}{\omega_{Li}}\right)^2\left(\frac{v_s}{v_0}\right)^3,$$

$$\Phi(x) = \frac{4K_N}{3\pi x}\frac{d}{dx}\frac{x^4}{1-x+\varepsilon}, \quad \varepsilon = \frac{8K_N}{3\pi}\ln\frac{1}{K_N}, \quad K_N = \frac{\nu_0}{\nu_N} \ll 1. \tag{4}$$

Соответственно этому уравнению (2) дает: $f_1(\vec{v}) = f_0(v)\psi(v,\cos\theta_v)$,

$$\frac{\partial\psi}{\partial\cos\theta} = \frac{v^4}{2\nu_N v_{Te}^3\chi_2(\sin\theta)}\left\{p\frac{eE_z}{m_e v_0^2}\left(\frac{v}{v_0}\right)^{p-2} - \nabla_z \ln n_e T_e - \right.$$

$$\left. - \left[\frac{p}{2}\left(\frac{v}{v_0}\right)^p - \frac{5}{2}\right]\nabla_z \ln T_e\right\} + \frac{p}{\sin\theta}\frac{\chi_1(\sin\theta)}{\chi_2(\sin\theta)}\frac{v_s}{v_0}\left(\frac{v}{v_0}\right)^{p-1}, \tag{5}$$

$$\chi_n(x) = \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{x^2-t^2}}\left(\frac{t}{x}\right)^n \Phi(t).$$

Здесь Θ_k (Θ_v) – углы между вектором $\vec{k}$ $(\vec{v})$ и осью z, а также использованы следующие обозначения

$$\nu_0 = \frac{3\Gamma(3/p)}{2p}\,\frac{v_0^3}{v_{Te}v_s}\left(\frac{eE_z}{\varkappa T_e} - \nabla_z \ln n_e T_e\right), \tag{6}$$

$$\nu_N = \frac{p\omega_{Li}}{4\Gamma(3/p)}\left(\frac{v_s}{v_{s0}}\right)^6\left(\frac{v_{Te}}{v_0}\right)^3\left(\frac{r_{De}}{r_{Di}}\right)^2. \tag{7}$$

При $p = 2$, что соответствует максвелловской функции распределения, формулы (4) – (7) отвечают полученным в теории /I/.

С помощью формулы (5) в соответствии с /I/ вычисляем плотность электрического тока j и электронного потока тепла q. Учитывая, что j и q ориентированы вдоль оси z, для этих величин получаем следующие выражения

$$j_z = \frac{3}{2}\, en_e v_s(1-\beta) + \frac{en_e v_0^5\beta}{4\nu_0 v_{Te}^3\Gamma(3/p)}\left[6\Gamma\left(\frac{6}{p}\right)\frac{eE_z}{m_e v_0^2} - \right.$$

$$\left. - \Gamma\left(\frac{8}{p}\right)\left(\nabla_z \ln n_e T_e + \frac{3}{2}\nabla_z \ln T_e\right)\right], \tag{8}$$

$$q_z = \frac{5}{4}\, n_e m_e v_0^2(1-\beta)\Gamma\left(\frac{5}{p}\right)/\Gamma\left(\frac{3}{p}\right) + \frac{n_e m_e v_0^7\beta}{8\nu_0 v_{Te}^3\Gamma(3/p)}\left[8\Gamma\left(\frac{8}{p}\right)\frac{eE_z}{m_e v_0^2} - \right.$$

$$\left. - \Gamma\left(\frac{10}{p}\right)\left(\nabla_z \ln n_e T_e + \frac{5}{2}\nabla_z \ln T_e\right)\right],$$

где $\beta \cong 0{,}18$ /1/. В том случае, когда в плазме нет электрического тока ($j_z = 0$), напряженность электрического поля связана с градиентами плотности и температуры следующим соотношением:

$$\frac{eE_z}{m_e v_0^2} = \left[\frac{1}{6}\,\Gamma\left(\frac{8}{p}\right)\left(\nabla_z \ln n_e T_e + \frac{3}{2}\nabla_z \ln T_e\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1-\beta}{2p\beta}\,\Gamma\left(\frac{3}{p}\right)\Gamma\left(\frac{5}{p}\right)\nabla_z \ln n_e T_e\right]\left[\Gamma\left(\frac{6}{p}\right) + \frac{3}{2p}\,\frac{1-\beta}{\beta}\,\Gamma^2\left(\frac{3}{p}\right)\right]^{-1}. \tag{9}$$

При этом для величины ν_0, определяющей, согласно (4), уровень ИЗТ, имеем

$$\nu_0 = \frac{v_0^5}{p v_s v_{Te}^3}\left[2\Gamma(\tfrac{6}{p}) + \tfrac{3}{p}\,\frac{1-\beta}{\beta}\,\Gamma^2(\tfrac{3}{p})\right]^{-1}\left\{\left[\tfrac{1}{2}\,\Gamma(\tfrac{3}{p})\Gamma(\tfrac{8}{p}) - \Gamma(\tfrac{6}{p})\Gamma(\tfrac{5}{p})\right]\nabla_z \ln n_e T_e + \tfrac{3}{4}\,\Gamma(\tfrac{3}{p})\Gamma(\tfrac{8}{p})\nabla_z \ln T_e\right\}, \qquad (10)$$

то есть, в отличие от случая плазмы с максвелловской функцией распределения электронов по скоростям /I/, энергия ионно-звуковых пульсаций зависит как от градиента температуры, так и градиента плотности.

Наконец, при отсутствии тока в плазме, согласно (8) – (10), для электронного потока тепла имеет место следующая формула

$$q_z = \frac{m_e n_e v_s v_0^2}{4\Gamma(3/p)}\left\{\tfrac{5}{4}\,(1-\beta)\Gamma(5/p) + p\left[(\tfrac{1}{2}\,\Gamma(3/p)\Gamma(8/p) - \Gamma(6/p)\Gamma(5/p))\nabla_z \ln n_e T_e + \tfrac{3}{4}\,\Gamma(3/p)\Gamma(8/p)\nabla_z \ln T_e\right]^{-1}\times\right.$$
$$\times\left(\left[\tfrac{4}{3}\,\beta\Gamma^2(8/p) - \beta\Gamma(6/p)\Gamma(10/p) + \frac{1-\beta}{p}\,\Gamma(3/p)\times\right.\right.$$
$$\left.\times\,(4\Gamma(5/p)\Gamma(8/p) - \tfrac{3}{2}\,\Gamma(3/p)\Gamma(10/p))\right]\nabla_z \ln n_e T_e + \left[2\beta\Gamma^2(8/p) - \right.$$
$$\left.\left.\left. - \tfrac{5}{2}\,\beta\Gamma(6/p)\Gamma(10/p) - \frac{15}{4p}\,(1-\beta)\Gamma^2(3/p)\Gamma(10/p)\right]\nabla_z \ln T_e\right)\right\}. \qquad (11)$$

Оценим теперь величину (11) в случае $p = 5$, что отвечает функции распределения, имеющей место, например, при обратно-тормозном поглощении плазмой греющего излучения. Замечая, что в этом случае величина (11) слабо зависит от градиента давления ($q_z \simeq -\alpha n_e \varkappa T_e v_{s0}$, $\alpha \simeq 1{,}7$ при $\nabla_z \ln n_e T_e = -\nabla_z \ln T_e$, $\alpha \simeq 1{,}8$ $\nabla_z \ln n_e T_e = \nabla_z \ln T_e$, $\alpha \simeq 2{,}0$ при $|\nabla_z \ln n_e T_e| \ll \nabla_z \ln T_e$) приближенно положим

$$q_z \simeq -2 n_e \varkappa T_e v_{s0}. \qquad (12)$$

Сравнивая (I2) с величиной теплового потока, отвечающего максвелловскому распределению электронов /I/, убеждаемся, что она в четыре раза меньше последней. Таким образом, так же, как и в случае переноса, обусловленного столкновениями заряженных частиц /5/, изменение функции распределения электронов ведет к усилению эффекта подавления теплопроводности в турбулентной плазме.

Поступила в редакцию
I7 сентября 1982 г.

Литература

I. В. Ю. Быченков, В. П. Силин, ЖЭТФ, 82 I886 (I982).
2. В. Ю. Быченков, О. М. Градов, В. П. Силин, ЖЭТФ, 83, 2073 (I982).
3. A. B. Langdon, Phys. Rev. Lett., 44, 575 (1980).
4. А. А. Галеев, Р. З. Сагдеев, Нелинейная теория плазмы, в сб. Вопросы теории плазмы, т. 7, Атомиздат, М., I973 г., с. 3.
5. P. Mora, H. Yahi, Conduction thermique dans un plasma chauffe par Bremsstrahlung inverse, Rapport d'activite 1981, GRECO, ILM, Ecole Polytechnique, France, p. 4-7.
6. C. T. Dum, Phys. Fluids, 21, 945, 956 (1978).