Краткие сообщения по физике № 4 1983

ВЫНУЖДЕННОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКАХ С РЕЛЯТИВИСТСКИМ РАЗБРОСОМ ПО ЭНЕРГИЯМ

В. П. Попонин, А. А. Рухадзе, З. Н. Эбаноидзе

УДК 533.9 + 535.8

Исследуется вынужденное рассеяние электромагнитного излучения на электронном пучке в условиях, когда существенны релятивистские эффекты разброса электронов по энергиям.

I. В последнее время в литературе обсуждается вопрос о возможности использования электронных ускорителей различных типов для проведения экспериментов по проверке основных принципов работы лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) /I,2/. При этом оценки проводятся как для слаботочных ускорителей электронов со средним значением релятивистского фактора $\langle\gamma\rangle \gtrsim 200$ и относительным разбросом по энергиям в лабораторной системе $\delta\gamma/\langle\gamma\rangle \approx \approx 10^{-1} - 10^{-3}$ /2/, так и для сильноточных ускорителей с $\langle\gamma\rangle \lesssim 20$ и $\delta\gamma/\langle\gamma\rangle \approx 0,3 - 0,03$ /3,4/. В таких условиях возможна ситуация, когда в кинетическом режиме вынужденного рассеяния становятся существенными эффекты, обусловленные релятивистским разбросом электронов по энергиям. Настоящая статья как раз и посвящена исследованию вынужденного рассеяния излучения на электронном пучке с релятивистским разбросом по энергиям.

Прежде, чем перейти к анализу поставленной задачи, получим выражение для среднеквадратичного отклонения релятивистского фактора электронов пучка от среднего значения $\delta\gamma = \sqrt{\langle\gamma^2\rangle - \langle\gamma\rangle^2}$, в предположении, что пучок можно описывать релятивистской максвелловской функцией распределения. Систему покоя пучка будем характеризовать определенным значением средней скорости $\vec{v} = c\vec{\beta}$ и релятивистского фактора $\Gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$. Функция распределения электронов, выраженная через трехмерные величины и нормированная на плотность n_b, при этом может быть записана в виде /5/

$$f(\vec{w}) = \frac{n_b \alpha}{4\pi K_2(\alpha)\Gamma} \exp\left[-\alpha\Gamma(\gamma - \vec{\beta}\vec{w})\right], \qquad (I)$$

где $u^i = (\gamma, \vec{w})$ – вектор 4-мерной скорости электрона, $\vec{w} = \vec{p}/mc$, $\vec{p}$ – трехмерный импульс электрона, $\gamma = (1 + w^2)^{1/2}$, $\alpha = mc^2/T$, а $K_n(\alpha)$ – функции Мак-Дональда ($n = 1, 2, \ldots$).

Для определения $\delta\gamma/\langle\gamma\rangle$, следуя /5/, вычислим с использованием функции (I) средние значения четырехмерных тензорных величин

$$\langle u^i u^k/\gamma\rangle = -(\Gamma\alpha)^{-1} g^{ik} + \Gamma^{-1}\langle u^i\rangle\langle u^k\rangle G(\alpha),$$

$$\langle u^i u^k u^l/\gamma\rangle = \Gamma^{-1}\langle u^i\rangle\langle u^k\rangle\langle u^l\rangle W(\alpha) -$$

$$-(\Gamma\alpha)^{-1}\left[g^{ik}\langle u^l\rangle + g^{li}\langle u^k\rangle + g^{lk}\langle u^i\rangle\right] G(\alpha),$$

где $\langle u^i\rangle = (\Gamma, \Gamma\vec{\beta})$, $G(\alpha) = K_3(\alpha)/K_2(\alpha)$, $W(\alpha) = K_4(\alpha)/K_2(\alpha)$, а g^{ik} – 4-мерный метрический тензор. Отсюда находим

$$\langle\gamma\rangle = G(\alpha)\Gamma - 1/\Gamma\alpha,$$
$$\delta\gamma = \sqrt{\left[W(\alpha) - G^2(\alpha)\right]\Gamma^2 - G(\alpha)/\alpha - 1/(\Gamma\alpha)^2}. \qquad (2)$$

В пределе нерелятивистских температур пучка, $T \ll mc^2$ из формул (2) получаем

$$\langle\gamma\rangle = \left(1 + \frac{5}{2}\frac{T}{mc^2}\right)\Gamma - \frac{T}{\Gamma mc^2}, \quad \delta\gamma = \sqrt{\frac{T}{mc^2}\left(\frac{5}{2}\Gamma^2 - 1\right)}.$$

При этом относительный разброс по энергиям $\delta\gamma/\langle\gamma\rangle$ в зависимости от Γ ведет себя следующим образом:

$$\frac{\delta\gamma}{\langle\gamma\rangle} = \begin{cases} \sqrt{3T/2mc^2} & \text{при } \Gamma \simeq 1 \text{ (система покоя пучка)}, \\ \sqrt{5T/2mc^2} & \text{при } \Gamma \gg 1 \text{ (лабораторная система)}. \end{cases}$$

В пределе же ультрарелятивистских температур $T \gg mc^2$

$$\langle\gamma\rangle = \frac{T}{mc^2}\left(4\Gamma - \frac{1}{\Gamma}\right), \quad \delta\gamma = \frac{T}{mc^2}\sqrt{8\Gamma^2 - 4 - \frac{1}{\Gamma^2}},$$

и, соответственно,

$$\frac{\delta\gamma}{\langle\gamma\rangle} = \begin{cases} 1/\sqrt{3} \text{ при } \Gamma = 1 & \text{(система покоя пучка)}, \\ 1/\sqrt{2} \text{ при } \Gamma \gg 1 & \text{(лабораторная система)}. \end{cases}$$

Из полученных соотношений следует, что, если в лабораторной системе $\delta\gamma/\langle\gamma\rangle \ll 1$, то в системе покоя пучка электроны можно характеризовать максвелловским распределением с нерелятивистской температурой. С другой стороны, если в лабораторной системе $\delta\gamma/\langle\gamma\rangle \gtrsim 0{,}1$, то можно ожидать, что в системе покоя пучка релятивистские эффекты будут влиять на процесс вынужденного рассеяния излучения.

2. Для вычисления временного и пространственного инкрементов вынужденного рассеяния в случае пространственно неограниченной области взаимодействия воспользуемся методом преобразования Лоренца /4,6/. Согласно этому подходу вычисление инкрементов можно провести в системе покоя пучка, используя при этом хорошо известные результаты теории параметрического воздействия излучения большой мощности на плазму /7/, а затем в ответе искомые величины выразить через переменные в лабораторной системе координат с помощью преобразований Лоренца. Ниже все величины, относящиеся к системе покоя пучка, обозначаются штрихом.

Дисперсионное уравнение, описывающее вынужденное обратное рассеяние плоской линейно поляризованной волны на покоящейся безграничной плазме в трехволновом приближении, имеет вид /7/ (для простоты мы ограничиваемся рассмотрением наиболее интересного одномерного случая):

$$c^2 k_s'^2 - \omega_s'^2 = \frac{v_{E_0}'^2 k'^2}{4}\,\frac{\delta\varepsilon_e^1(\omega', k')}{1 + \delta\varepsilon_e^1(\omega', k')},$$

где $\delta\varepsilon_e^l(\omega', \vec{k}')$ – парциальная продольная диэлектрическая проницаемость электронов пучка, а частоты и волновые вектора падающей $\omega_0', \vec{k}_0'$, рассеянной $\omega_s', \vec{k}_s'$ и пучковой $\omega', \vec{k}'$ волн, участвующих во взаимодействии, связаны законами сохранения

$$\omega_0' = \omega_s' + \omega', \quad \vec{k}_0' = \vec{k}_s' + \vec{k}', \quad \omega' \ll \omega_0' \approx \omega_s'.$$

Наконец, $v_{E_0'} = v_{E_0} = eE_0/m\omega_0$ – скорость осцилляций электронов в поле падающей волны с напряженностью E_0 и частотой ω_0.

При условии $\xi \equiv \omega'/k'c \ll 1$ реализуется кинетический режим вынужденного рассеяния; при этом $|\delta\varepsilon_e^l(\omega', \vec{k}')| \ll 1$, а временной и пространственный инкременты рассеяния выражаются следующим образом ($\omega_s \to \omega_s + i\delta\omega_s$, $k_s \to k_s + i\delta k_s$):

$$\frac{\delta\omega_s}{\omega_0} = \frac{\delta k_s}{k_0} = -\frac{k'^2c^2}{8\omega_0\omega_s}\frac{v_{E_0}^2}{c^2}\,\mathrm{Im}\,\delta\varepsilon_e^l(\omega', k'), \qquad (3)$$

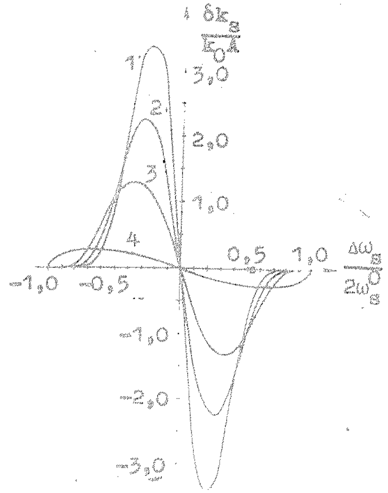
где

$$\mathrm{Im}\,\delta\varepsilon_e^l(\omega', \vec{k}') = \frac{\pi}{\alpha K_2(\alpha)}\frac{\omega_b'^2}{k'^2c^2}\,\xi\left[1 + \frac{\alpha}{\sqrt{1-\xi^2}} + \frac{\alpha^2}{2(1-\xi^2)}\right]\times$$
$$\times\exp\left[-\frac{\alpha}{\sqrt{1-\xi^2}}\right]. \qquad (4)$$

Подставляя (4) в (3), окончательно получаем

$$\frac{\delta\omega_s}{\omega_0} = \frac{\delta k_s}{k_0} = -\frac{\xi A}{\alpha K_2(\alpha)}\left[1 + \frac{\alpha}{\sqrt{1-\xi^2}} + \frac{\alpha^2}{2(1-\xi^2)}\right]\exp\left[-\frac{\alpha}{\sqrt{1-\xi^2}}\right], \qquad (5)$$

где $A = (\pi/32\Gamma^3)(v_0^2/c^2)(\omega_b^2/\omega_0^2)$. Вводя расстройку частоты $\Delta\omega_s = \omega_s - \omega_s^0$, где $\omega_s = (1+\beta)^2\Gamma^2\omega_0$, запишем ξ в виде $\xi = \Delta\omega_s/2\omega_s^0$.



Р и с. I. Зависимость от расстройки частоты инкремента вынужденного рассеяния электромагнитной волны на электронном пучке с релятивистским разбросом по энергиям при $\alpha = 15$ (1); I0(2); 6(3); I(4)

На рис. I приведены графики функции (5) для нескольких значений параметра $\alpha = mc^2/T$. Замечаем, что $\delta k_s/k_0$ достигает максимального значения при величине расстройки, существенно зависящей от параметра α, причем

$$\frac{\delta\omega_s}{\omega_0} = \frac{\delta k_s}{k_0} = \begin{cases} -\sqrt{1/2\pi}A(c^2/v_T^2)\zeta_T \exp\left[-\zeta_T^2/2\right] & \text{при } \alpha \gg 1 \\ -(A\alpha/2)\zeta & \text{при } \alpha \ll 1, \end{cases}$$

где

$$\zeta_T = (c/v_T)\zeta, \quad v_T = \sqrt{T/m}.$$

В заключение авторы выражают благодарность Н. И. Карбушеву за обсуждения.

Поступила в редакцию
I ноября I982 г.

Литература

1. А. А. Варфоломеев, Препринт ИАЭ, 3302/14, М., 1980 г.
2. А. А. Варфоломеев, Д. Ф. Зарецкий, Препринт ИАЭ, 3340/14, М., 1980 г.
3. P. Sprangle, R. Smith, V. Granatstein, in "Infrared and Millimeter Waves", N.-Y. Academic Press, 1979, v. 1, p. 279.
4. М. Д. Райзер, А. А. Рухадзе, Препринт ФИАН № 101, М., 1980 г.
5. Ю. П. Очелков и др., Релятивистская кинетика и гидродинамика, Атомиздат, М., 1979 г.
6. A. Hasegawa, Bell Syst. Tech. Journ., 57, 3069 (1978).
7. В. П. Силин, Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму, "Наука", М., 1973 г., гл. IV.

Краткие сообщения по физике № 4 1983