Краткие сообщения по физике № 7 1983

О ВОЗБУЖДЕНИИ ОБЪЕМНЫХ ВОЛН В ПЛОСКОМ СЛОЕ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЫ НЕРЕЛЯТИВИСТСКИМ ПУЧКОМ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

П. В. Веденин, А. М. Игнатов

УДК 533.95

Рассматривается возбуждение объемных волн в плазменном слое L нерелятивистским пучком заряженных частиц, пролетающим на расстоянии h от него. Показано, что если инкремент $\delta \ll v_s/L$, возбуждение носит одномодовый рамановский или комптоновский характер, а при $\delta \gg v_s/L$ возбуждение становится многомодовым.

I. Известно, что моноэнергетический нерелятивистский пучок заряженных частиц, пролетающих над поверхностью полубесконечной изотропной плазмы, возбуждает поверхностные волны, причем, как показано в /I/, при малом зазоре h возбуждение носит одночастичный (комптоновский) характер, в то время как при достаточно большом зазоре возбуждение приобретает коллективный (рамановский) характер. Целью настоящей работы является рассмотрение возбуждения объемных мод в неизотермическом плазменном слое толщины L, вторая поверхность которого находится в электродинамическом контакте с металлом. Здесь необходимо отметить, что при малой толщине L расстояние между соседними модами $\Delta\omega \sim v_s/L$ больше инкремента развития неустойчивости δ (такое возбуждение мы называем одномодовым), но при увеличении L это расстояние уменьшается и возбуждение становится многомодовым как только $\Delta\omega < \delta$. Используя результат /I/, легко получить дисперсионное уравнение задачи

$$D(k_z,k_x)\left\{\omega'^2 - \frac{\omega_b^2}{2}\left[1 - \exp(-2k_z h)\right]\right\} = \omega_b^2 \exp(-2k_z h). \qquad (I)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$D(k_z,k_x) = 1 - k_x \mathrm{ctg} k_x L/k_z d^2(k_z^2 + k_x^2),$$

$$k_x^2 = -1/\varepsilon d^2 - k_z^2, \ \varepsilon = 1 - \omega_L^2/\omega^2, \quad \omega' = \omega - k_z U,$$

где U – скорость частиц пучка, $\omega_{b,L}^2 = 4\pi e^2 N_{b,L}/m_{b,L}$ – ленгмюровская частота пучка и ионов плазмы соответственно, d – дебаевский радиус электронов плазмы. Воспользовавшись результатами /2/, нетрудно построить дисперсионные кривые $\omega_{on}(k_z)$ плазменного слоя в отсутствие пучка ($D(\omega_{on}) = 0$). На плоскости (ω, k_z) область существования объемных колебаний плазмы лежит между кривыми, определяемыми уравнениями $\omega = \omega_L$ и $k_x(k_z, \omega) = 0$, и точки пересечения их с медленной пучковой ветвью дадут верхнюю и нижнюю границы для k_z, т.е. $k_{z\,min} < k_z \leqslant \omega_L/U$. Решение уравнения (I) будем искать для трех случаев: а) $k_{z\,min}h \ll 1$ и $\omega_L h/U \gg 1$; б) малые зазоры, $\omega_L h/U \ll 1$; в) большие зазоры, $k_{z\,min}h \gg 1$, причем считаем, что $U \gg v_s$.

2. Рассмотрим первый из них. Прежде всего заметим, что на h накладывается ограничение $U/v_s \ll h/d \ll (\omega_L/\omega_b)^{1/3}$. На высших ветвях дисперсионное уравнение (I) имеет вид

$$D(k_z, k_x)(\omega'^2 - \omega_b^2/2) = \omega_b^2 \exp(-2k_z h). \tag{2}$$

Ищем решение (2) вблизи точки пересечения k_{zo} медленной пучковой ветви $\omega = k_z U - \omega_b/\sqrt{2}$ с одной из плазменных мод, т.е. $\omega = k_z U - \omega_b/\sqrt{2} + \delta_1(k_z) = \omega_{on}(k_z) + \delta_2(k_z)$, $\delta_1(k_z) \sim \delta_2(k_z) \ll \omega_b$, $\omega_{on}(k_{zo})$. Разложим $k_x L$ в ряд по степеням $\omega - \omega_{on}(k_z)$, ограничившись первым членом $k_x L = k_{xo} L + \Delta$, где $\Delta = \partial k_{xo} L/\partial\omega\,(\omega - \omega_{on}(k_z)) \equiv \rho + iq$, и подставим в дисперсионное уравнение (2). При этом получаем

$$\Delta - \mu + R \mathrm{ctg} k_{xo} L + R \mathrm{ctg} \Delta = 0, \tag{3}$$

где

$$R = \frac{\omega_b}{\sqrt{2}} \exp(-2k_z h) \frac{\partial k_{xo} L}{\partial \omega} \frac{\sin 2k_{xo} L}{2},$$

$$\mu = \left(U - \frac{d\omega_{on}(k_z)}{dk_z}\right) \frac{\partial k_{xo} L}{\partial \omega} (k_z - k_{zo}).$$

Из (3) для $|\Delta| \ll 1$ $(q \sim \delta L/v_s \ll 1)$ находим максимальный инкремент рамановского одномодового возбуждения

$$\delta^2 = \frac{\omega_b^2}{\sqrt{2}} \frac{\exp(-2k_z h)\sin 2k_{xo}L}{2(\partial k_{xo}L/\partial\omega)}, \tag{4}$$

$$\text{если} \quad \frac{\exp(-2k_z h)\sin 2k_{xo}L}{2(\partial k_{xo}L/\partial\omega)} \ll \omega_b \ll \frac{2\exp(2k_z h)}{(\partial k_{xo}L/\partial\omega)\sin 2k_{xo}L}.$$

Нетрудно показать, что q резко уменьшается с увеличением $|\mu|$ и уже при $|\mu| \ll 1$ обращается в ноль. Это обстоятельство наглядно подтверждает одномодовость возбуждения.

Если $\operatorname{Im}\Delta = q > 1$ $(\delta > v_s/L)$, то необходимо решать систему для ρ и q, из которой нетрудно получить $q \simeq R + 2Re^{-2R}\cos 2\rho(\mu)$, где $R \gg 1$. Видно, что q почти не зависит от μ, т.е. возбуждение действительно многомодовое с инкрементом

$$\delta = \frac{\omega_b}{\sqrt{2}} \frac{\exp(-2k_z h)\sin 2k_{xo}L}{2} \ll \omega_b, \quad \text{если} \quad \omega_b \gg \frac{2\exp(2k_z h)}{\sin 2k_{xo}L(\partial k_{xo}L/\partial\omega)}. \tag{5}$$

Комптоновское возбуждение, когда решение (2) ищется в виде $\omega'^2 = \delta^2 \gg \omega_b^2$, анализируется аналогично, поэтому сразу выпишем выражения для инкремента

$$\delta^3 = \frac{\omega_b^2 \exp(-2k_z h)\sin 2k_{xo}L}{2(\partial k_{xo}L/\partial\omega)}, \quad \text{если} \quad \omega_b \ll \exp(-2k_z h)\,\frac{\sin 2k_{xo}L}{2(\partial k_{xo}L/\partial\omega)}. \tag{6}$$

Здесь возбуждение одномодовое.

На низших ветвях дисперсионное уравнение (I) примет вид

$$D(k_z, k_x)(\omega'^2 - \omega_b^2 k_z h) = \omega_b^2, \tag{7}$$

и решение его можно искать аналогично рамановскому и комптоновскому случаям, но пользоваться условием $\omega_b^2 k_z h \ll \delta^2$ или $\gg \delta^2$. Из выражений (4) – (6) получим, что инкременты максимальны при $k_z h \sim 1$ и равны

$$\delta^3 = \frac{\omega_b^2 U}{L}\left(\frac{d}{he}\right)^2, \quad \text{если} \quad \frac{\omega_b L}{v_s} \ll \frac{U}{v_s}\left(\frac{d}{he}\right)^2, \tag{8}$$

$$\delta^2 = \frac{\omega_b^2 U}{L\sqrt{2}}\left(\frac{d}{he}\right)^2, \text{если} \left(\frac{d}{he}\right)^2 \frac{U}{v_s} \ll \frac{\omega_b L}{v_s} \ll \left(\frac{eh}{d}\right)^2 \frac{v_s}{U}\left(1 - \frac{v_s^2}{U^2} + \frac{d^2}{h^2}\right). \tag{9}$$

Это выражения для инкрементов комптоновского и рамановского одномодового возбуждения, а для рамановского многомодового

$$\delta = \frac{\omega_b U}{\sqrt{2} v_s}\left(\frac{d}{he}\right)^2 \left(1 - \frac{v_s^2}{U^2} + \frac{d^2}{h^2}\right)^{-1/2}, \tag{10}$$

$$\text{если} \quad \frac{\omega_b L}{v_s} \geqslant \left(\frac{eh}{d}\right)^2 \frac{U}{v_s}\left(1 - \frac{v_s^2}{U^2} + \frac{d^2}{h^2}\right).$$

В (8) - (10) отчетливо видна зависимость инкрементов от L. При малых L возбуждение комптоновское одномодовое, и инкремент $\delta \backsim L^{-1/3}$. С увеличением L инкремент уменьшается и возбуждение становится рамановским одномодовым с $\delta \backsim L^{-1/2}$, а затем и рамановским многомодовым с инкрементом, не зависящим от L.

3. Будем теперь считать зазор исчезающе малым (случай б) и дисперсионное уравнение (1) запишем в виде

$$D(k_z, k_x)\omega'^2 = \omega_b^2. \tag{11}$$

Инкремент одномодового возбуждения будет определяться выражением (6), но условие на ω_b будет несколько иное. Здесь, как и в предыдущем случае, возможно многомодовое возбуждение с инкрементом

$$\delta = \omega_b\left[|\cos k_{xo}L|(1 - |\cos k_{xo}L|)/2\right]^{1/2}, \tag{12}$$

$$\text{если} \quad \omega_b \geqslant \left[\frac{2}{|\cos k_{xo}L|(1 - |\cos k_{xo}L|)}\right]^{1/2} \Big/ \frac{\partial k_{xo}L}{\partial \omega}.$$

После простых преобразований получим выражения для максимальных инкрементов. В одномодовом режиме

$$\delta^3 = \frac{\omega_b^2 v_s}{L}\begin{cases} 4/27 \text{ при } v_s/U\sim 1 \\ v_s/4U \text{ при } v_s/U < 1 \end{cases}, \text{ если } \omega_b L/v_s \ll 1, \tag{I3}$$

причем максимален на ветвях с номерами $n \sim L/d$. В многомодовом режиме

$$\delta = \frac{\omega_b}{2\sqrt{2}}, \text{ если } \frac{\omega_b L}{v_s} \gg 1 \text{ и } \frac{v_s}{U} \leqslant 1, \tag{I4}$$

а максимум достигается на ветвях с $n \sim LU/dv_s$ при $U > v_s$ и L/d при $U \sim v_s$. Как и раньше, с увеличением L инкремент падает, а одномодовое комптоновское возбуждение переходит в многомодовое с $\delta \sim \omega_b$.

4. Последний из указанных выше случаев можно не рассматривать, поскольку он полностью аналогичен первому. Отметим лишь, что здесь имеет место только коллективное возбуждение с максимальными инкрементами на низших ветвях $n \sim 1$.

О решении (I) при $U < v_s$ достаточно сказать, что уменьшение U влечет за собой увеличение k_z и уменьшение $\sin k_{xo}L$, что, естественно, резко уменьшает инкремент. Во всех случаях видно, что максимальные инкременты уменьшаются с ростом h и при $h \to \infty$ возбуждение становится рамановским одномодовым, причем номера ветвей с максимальным инкрементом при $h \to \infty$ уменьшаются.

В заключение авторы выражают благодарность А. А. Рухадзе за ценные советы и дискуссию.

Поступила в редакцию
4 февраля I983 г.

Литература

I. А. М. Игнатов, Н. И. Карбушев, А. А. Рухадзе, Краткие сообщения по физике ФИАН № 5, 2I, (I982).
2. А. М. Игнатов, А. А. Рухадзе, Краткие сообщения по физике ФИАН № 7, 7 (I98I).