Краткие сообщения по физике № 10 1983

О ВЛИЯНИИ ДИССИПАЦИИ НА ДИСПЕРСИОННЫЕ СВОЙСТВА ПУЧКОВО-ПЛАЗМЕННОЙ СИСТЕМЫ

В. Н. Урсов

УДК 533.9

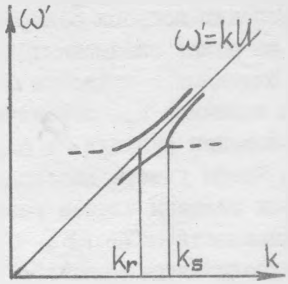
Показано, что в системе плазма - моноэнергетический пучок при наличии малой диссипации возникает пересечение дисперсионных кривых плазменных и пучковых колебаний.

Настоящая работа посвящена рассмотрению влияния диссипации на зависимость частот ω' продольных колебаний от волнового вектора k в системе плазма - моноэнергетический пучок. Дисперсионные кривые для случая холодной максвелловской плазмы с холодным пучком были получены еще в 1961 году в работе /I/. Для найденных зависимостей частот волн от волнового вектора [ж] характерно, что дисперсионная кривая плазменных колебаний с ростом величины k не пересекает кривых пучковых колебаний, а переходит в одну из них. Следовательно, имеет место не пересечение, а "пересоединение" плазменной и пучковой дисперсионных кривых. Обратим внимание на то, что в работе /I/ бесстолкновительная диссипация оказывалась малой, поскольку фазовая скорость волн значительно превышала тепловую скорость частиц. В связи с этим при получении зависимости частот волн от волнового вектора диссипация считалась несущественной.

В данной работе без конкретизации модели плазмы и вида диссипации будет показано, что наличие даже малой диссипации качественно меняет вышеописанную картину спектра. Именно, "пересоединение" дисперсионных кривых отсутствует, когда плазмен-

---

[ж] См. рис. I, а также рис. 2 /I/, рис. I.I /2/. Обозначения на рис. I станут ясны позже.



Р и с. I. Спектр продольных волн в пучково-плазменной системе в бездиссипативном случае. Пунктирная линия отвечает плазменным колебаниям

ная частота пучка ω_b меньше порогового значения ω_{th}, определяемого равенством

$$\omega_{th} = 2^{5/2} 3^{-9/4} (\varepsilon'')^{3/2} / \varepsilon'_{\omega}, \tag{I}$$

где $\varepsilon'_{\omega} = \partial\varepsilon'(\omega,k)/\partial\omega > 0$ при $\omega = k_r U$, $k = k_r$. $\varepsilon'' = \varepsilon''(k_r U, k_r) > 0$, $1 + \varepsilon'(\omega',k)$ – действительная, а $\varepsilon''(\omega',k)$ – мнимая части диэлектрической проницаемости плазмы, U – скорость пучка. Величина k_r определяется уравнением $1 + \varepsilon'(k_r U, k_r) = 0$.

Изучая влияние диссипации на дисперсионные свойства пучково-плазменной системы, будем исходить из слудующего дисперсионного уравнения:

$$1 + \varepsilon'(\omega,k) + i\varepsilon''(\omega,k) - \omega_b^2(\omega - kU)^{-2}. \tag{2}$$

В пределе $\omega_b \to 0$ уравнение (2) имеет два корня $\omega = kU$, отвечающие пучковым колебаниям, и решение, соответствущее плазменным волнам с частотой $\omega_0(k)$, определяемой уравнением $1 + \varepsilon'(\omega_0(k), k) = 0$. При $\omega_b \to 0$ плазменная дисперсионная кривая пересекает пучковые кривые при введенном выше значении волнового вектора k_r, для которого справедливо равенство $\omega_0(k_r) = k_r U$. В дальнейшем будем предполагать при $k = k_r$ выполненном условие

$U > \partial\omega_0(k)/\partial k$ или, что тоже самое, $\varepsilon_k' = d\varepsilon'(kU,k)/dk > 0$.

Перейдем к исследованию вопроса о пересечении дисперсионных кривых при конечных, но малых плазменных частотах пучка ω_b. Интересуясь частотами, близкими к пучковым $\omega = kU$, и волновыми векторами, близкими к величине k_r, ограничимся в уравнении (2) линейными членами разложения функции $\varepsilon'(\omega,k)$ по степеням $(\omega - kU)$ и $(k - k_r)$. Чтобы учесть диссипативные эффекты в (2), достаточно ограничиться главным членом разложения мнимой части диэлектрической проницаемости $\varepsilon''(\omega,k) \simeq \varepsilon''(k_rU,k_r)$, поскольку сама эта величина предполагается малой: $\varepsilon'' \ll |\varepsilon'(k_rU,k_r)|$.

После вышеописанных упрощений исходное уравнение (2) запишется в виде кубического относительно $(\omega - kU)$ уравнения

$$(\omega - kU)^2((\omega - kU)\varepsilon_\omega' + (k - k_r)\varepsilon_k' + i\varepsilon'') = \omega_b^2. \qquad (3)$$

В дальнейшем будут использованы приближенные решения этого уравнения:

$$\omega - kU \simeq -((k - k_r)\varepsilon_k' + i\varepsilon'')/\varepsilon_\omega' + \omega_b^2\varepsilon_\omega'((k - k_r)\varepsilon_k' + i\varepsilon'')^{-2}, \qquad (4)$$

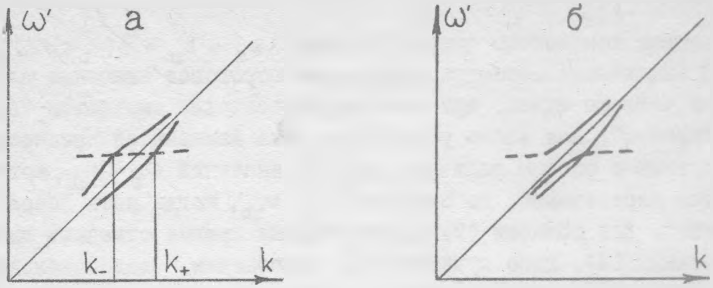
$$\omega - kU \simeq \pm\omega_b((k - k_r)\varepsilon_k' + i\varepsilon'')^{-1/2} - \omega_b^2\varepsilon_\omega'((k - k_r)\varepsilon_k' + i\varepsilon'')^{-2}/2, \qquad (5)$$

которые получены при ограничении

$$\omega_b \ll |((k - k_r)\varepsilon_k' + \varepsilon'')^{3/2}/\varepsilon_\omega'|. \qquad (6)$$

Формулы (4), (5) отвечают соответственно плазменным и пучковым колебаниям при конечной плазменной частоте пучка.

Теперь покажем, что при наличии даже малой ($\varepsilon'' \ll 1$) диссипации при $\omega_b \neq 0$ имеет место пересечение дисперсионных кривых. Для этого приравняем действительные части выражений (4) и (5) и определим значения волновых векторов $k_\pm$, при которых плазменная кривая пересекает пучковые ветви: $k_\pm \simeq k_r \pm \omega_b\varepsilon_\omega'(2\varepsilon'')^{-1/2}/\varepsilon_k'$. Использованное при получении этих выражений условие применимости (6) формул (4), (5) приводит к ограничению $\omega_b \ll \omega_{th}$. Для этого случая на рис. 2а представлен общий вид спектра колебаний пучково-плазменной системы.



Р и с. 2. Спектры продольных волн в пучково-плазменной системе в случаях а) сравнительно сильной диссипации $\omega_b \ll \omega_{th}$, б) сравнительно слабой диссипации $\omega_b \gg \omega_{th}$

Перейдем к рассмотрению случая $\omega_b \gg \omega_{th}$, когда диссипация несущественна и имеет место "пересоединение". Из формул (I), (6) следует, что в области волновых векторов

$$|k - k_r| \lesssim (\omega_b \varepsilon'_\omega)^{2/3} (\varepsilon'_k)^{-1} \qquad (7)$$

приближенные формулы (4), (5) не справедливы (в отличие от случая $\omega_b \ll \omega_{th}$). Однако, чтобы установить наличие "пересоединения", достаточно знать вид дисперсионных кривых вне области (7) (см. (4), (5)) и два приводимых ниже свойства решений уравнения (3). Во-первых, уравнение (3) не имеет решений с $\mathrm{Re}\,\omega = kU$ при волновых векторах (7). Во-вторых, уравнение (3) не имеет решений с $\mathrm{Im}\,\omega = 0$ при $\varepsilon'' \neq 0$. Следовательно, мнимая часть любого решения уравнения (3), как непрерывная функция волнового вектора, не меняет знак при изменении k. Для получения общего вида спектра проводим дисперсионные кривые вне области (7), используя формулы (4), (5). Далее при волновых векторах в области (7) проводим дисперсионные кривые так, чтобы они не пересекали прямую $\omega' = kU$ и соответствовали либо затуханию, либо нарастанию колебаний. Результат представлен на рис. 2б, из которого видно, что имеет место не пересечение, а "пересоединение" плазменной и пучковых дисперсионных кривых. Упоминавшийся ранее рис. I отвечает бездиссипативному случаю ($\varepsilon'' = 0$), когда у уравнения (3) один из корней всегда действителен, а два других комплексно сопряжены при $k < k_s = k_r + 3(\omega_b \varepsilon'_\omega/2)^{2/3}/\varepsilon'_k$.

В заключение остается определить пороговое значение плазменной частоты пучка, при котором пересечение сменяется "пересоединением". Для этого рассмотрим, как изменяются дисперсионные кривые с ростом величины ω_b от значений $\omega_b \ll \omega_{th}$, когда имеется пересечение, до значений $\omega_b \gg \omega_{th}$, когда есть "пересоединение". Вне области (7) дисперсионные кривые отвечают либо плазменным (4), либо пучковым (5) колебаниям. Следовательно, изменения дисперсионных кривых, приводящие к "пересоединению", происходят в области (7). При этом, если величина $\partial\omega(k,\omega_b)/\partial\omega_b$ остается конечной, то при изменении ω_b дисперсионные кривые лишь деформируются, оставаясь непрерывными. Поэтому пороговое значение плазменной частоты пучка ищем из условия обращения $\partial\omega(k,\omega_b)/\partial\omega_b$ в бесконечность. Получаем, что пороговое значение $\omega_b = \omega_{th}$ определяется формулой (I).

Итак, в данной работе показано, что наличие диссипации в плазме с пучком, как и в ряде других случаев (см., напр., /3/), приводит к изменению дисперсионных свойств системы.

В заключение автор считает своим долгом выразить благодарность В. П. Силину за ценные замечания и указания.

Поступила в редакцию
2I апреля I983 г.

Л и т е р а т у р а

I. В. С. Имшенник, Ю. И. Морозов, ЖТФ, 3I, 640 (I96I).
2. А. Б. Михайловский, Теория плазменных неустойчивостей, том I, Атомиздат, М., I975 г.
3. М. В. Кузелев, А. А. Рухадзе, Изв. ВУЗов "Радиофизика", 22, I223 (I979).