ЭФФЕКТИВНЫЙ ЛАГРАНЖИАН ХРОМОДИНАМИКИ С УЧЕТОМ ЛЕГКИХ КВАРКОВ

И. В. Андреев

УДК 539.12

Рассмотрена возможная форма эффективного лагранжиана хромодинамики с учетом легких кварков и приведены его простейшие качественные следствия.

Один из способов рассмотрения хромодинамики вне рамок теории возмущений состоит в построении эффективных лагранжианов, которые уже на классическом уровне учитывают ряд существенных квантовых эффектов, таких как образование ненулевых вакуумных средних (конденсата) от инвариантного калибровочного поля /1-4/. В настоящей работе рассмотрено, какую форму может иметь такой лагранжиан L при учете кварковых полей и соответствующего конденсата, и отмечены простейшие следствия модели.

В качестве инвариантов, от которых зависит L, взяты простейший инвариант калибровочного поля $F^2 = (F^a_{\mu\nu})^2$, скаляр $\bar{\psi}\psi$, безмассовая часть стандартного кваркового лагранжиана $L_0 = (i/2)\bar{\psi}\overleftrightarrow{\nabla}_\nu\gamma^\nu\psi$, где ∇_ν - ковариантная производная, а также два скалярных поля χ и φ таких, что χ^4 и φ^3 описывают конденсатные части величин F^2 и $\bar{\psi}\psi$:

$$L = L_1(L_0, F^2, \chi, \varphi, \bar{\psi}\psi) + \frac{1}{2}(\partial\chi)^2 + \frac{1}{2}(\partial\varphi)^2. \tag{1}$$

Предполагается, что такой лагранжиан может удовлетворительно описать систему вблизи равновесных состояний.

В качестве критерия для выбора вида лагранжиана используем условие воспроизводимости правильной формы следа тензора энергии-импульса $T_{\mu\nu}$:

$$T^{\mu}_{\mu} = (\beta/2g^3)(F^2 + \chi^4) + m(1 + \gamma_m)(\bar{\psi}\psi + \varphi^3), \qquad (2)$$

где $\beta(g)$ – функция Гелл-Манна – Лоу; размерной шкалой $\varkappa^4$ для заряда g и масс легких кварков m служат поля F^2, χ^4, φ^4, $\bar{\psi}\psi$ и

$$\gamma_m = -4\,\frac{\varkappa^4}{m}\,\frac{dm}{d\varkappa^4} = \frac{g^2}{2\pi^2} + \ldots .$$

Члены χ^4 и φ^3 написаны в (2) в соответствии с принятой интерпретацией полей χ, φ.

$T_{\mu\nu}$ определяется вариацией действия по метрике $g_{\mu\nu}$. При наличии спинорного поля надо ввести тетрады e^{α}_{μ}, $g_{\mu\nu} = e^{\alpha}_{\mu}e^{\beta}_{\nu}\eta_{\alpha\beta}$, $\sqrt{-g} = e = \det\|e^{\alpha}_{\mu}\|$, где $\eta_{\alpha\beta}$ – метрика Минковского. Тогда

$$T_{\mu\nu} = e_{\alpha\mu}\,\frac{\partial L}{\partial e^{\nu}_{\alpha}} - g_{\mu\nu}L - e_{\alpha\mu}\,\frac{1}{e}\,\frac{\partial}{\partial x^{\lambda}}\left(e\,\frac{\partial L}{\partial(\partial e^{\nu}_{\alpha}/\partial x^{\lambda})}\right). \qquad (3)$$

Учитывая, что L зависит от инвариантов, указанных в (I), записывая стандартным образом все выражения в кривом пространстве и используя соотношение

$$L_0(\partial L/\partial L_0) - \bar{\psi}\psi\partial L/\partial\bar{\psi}\psi = 0,$$

которое есть следствие уравнений движения для полей ψ, $\bar{\psi}$, вычисляем $T_{\mu\nu}$ в (3). След T^{μ}_{μ} принимает при этом простую форму

$$T^{\mu}_{\mu} = L_0\,\frac{\partial L}{\partial L_0} + 4F^2\,\frac{\partial L}{\partial F^2} + \chi\,\frac{\partial L}{\partial\chi} + \varphi\,\frac{\partial L}{\partial\varphi} - 4L_1. \qquad (4)$$

Сравнение (4) с требуемым результатом (2) показывает, что L должно быть линейно по L_0 и массам кварков и что в качестве размерной шкалы $\varkappa^4$ можно брать лишь величины F^2, χ^4 и φ^4. Соотношение (2) удовлетворяется, если

$$L_1 = -\frac{1}{4}\,\frac{F^2 + \chi^4}{g^2(\varkappa^4)} + L_0 - m(\varkappa^4)(\bar{\psi}\psi + \varphi^3) + L_2(\chi,\ \varphi,\ \bar{\psi}\psi), \qquad (5)$$

где L_2 - однородная функция полей размерности 4, дающая нулевой след. Потребуем далее, чтобы величина $\varepsilon = -4\partial L/\partial F^2$, имеющая смысл диэлектрической проницаемости для глюонов, автоматически обращалась в ноль в вакууме, как в /4/. Тогда, ограничиваясь полиномами и полагая

$$\varkappa^4 = a(F^2 + \chi^4) \tag{6}$$

(не беря здесь φ^3 из-за отсутствия $\bar\psi\psi$), можно фиксировать

$$L_2 = \frac{1}{4}C(F^2 + \chi^4) - \frac{1}{4}D\varphi^4 + A\bar\psi\psi\chi + B\bar\psi\psi\varphi, (D > 0). \tag{7}$$

Уравнения движения теперь имеют вид:

$$\begin{gathered} \nabla_\nu(\varepsilon F^a_{\mu\nu}) = \bar\psi\gamma^\mu \frac{\lambda^a}{2}\psi + \text{ЭВН}, \\ \partial^2\chi + \varepsilon\chi^3 - A\bar\psi\psi = 0, \\ \partial^2\varphi + D\varphi^3 + 3m(\varkappa^4)\varphi^2 - B\bar\psi\psi = 0, \\ i\gamma^\mu\partial_\mu\psi + \gamma^\mu A_\mu\psi - m(\varkappa^4)\psi + A\chi\psi + B\varphi\psi = 0, \end{gathered} \tag{8}$$

где

$$\varepsilon = \frac{1}{g^2(\varkappa^4)} - \frac{\beta}{2g^3} - C - \frac{\gamma_m m(\bar\psi\psi + \varphi^3)}{F^2 + \chi^4}. \tag{9}$$

В вакууме

$$\chi^4_v \approx 0{,}5\ \text{ГэВ}^4,\ F^2 = \varepsilon = \psi = 0, \quad \varphi_v = -(3/D)m(\chi^4_v).$$

На несколько видов кварков обобщение непосредственное.

Можно предполагать, что при $F^2 + \chi^4 \geq F^2_v$ величина $g^2(\varkappa^4)$ дается теорией возмущений, $g^{-2}(\varkappa^4) \simeq \gamma\ln(\varkappa^4/\Lambda^4)$, $\gamma = 9/32\pi^2$. Массы при достаточно больших $\varkappa^4$ также определяются теорией возмущений и малы, $m_i(\varkappa^4) = \hat m_i(\ln\varkappa^4/\Lambda^4)^{-4/9}$. При уменьшении шкалы должна возникнуть добавочная (конституентная) масса - убывающая функция от $\varkappa^4$ с параметрами M и $\varkappa^4_0$, где M и $\varkappa_0^{-1}$ - "динамическая" масса и размер составного кварка. Этим фиксируюся функции в (8), (9).

Приведем основные качественные следствия модели. Теория возмущений для глюонных взаимодействий возникает при разложении лагранжиана вблизи точки $\chi^4 = \chi_0^4 > F_v^2$, $F^2 = 0$,

$$L = \text{const} - \frac{1}{4} G^2 - \frac{\gamma g_\mu^2}{8F_v^2} e^{-1/\gamma g_\mu^2} (G^2)^2 + \ldots . \qquad (10)$$

Она сводится к работе с обычным микроскопическим лагранжианом $-G^2/4$ в точке нормировки μ, пропорциональной точке разложения χ_0,

$$G^2 = F^2/g_\mu^2, \quad g_\mu^{-2} = \gamma \ln(\mu^4/\Lambda^4), \quad \mu^2/\Lambda^2 = \chi_0^2/F_v.$$

Для ее применимости требуется наличие усиленного глюонного конденсата. Вблизи вакуума, где имеется экстремум $L(F^2, \chi^4)$, нет членов разложения, пропорциональных G^2, так что свободные глюоны не существуют (удержание глюонов). Свободные же кварки не запрещены автоматически (при $m(F_v^2) \neq \infty$) и должны удерживаться динамически.

Поступила в редакцию
4 мая 1983 г.

Литература

1. J. Kogut, L. Susskind, Phys. Rev., D9, 3501 (1974).
2. H. Pagels, E. Tomboulis, Nucl. Phys., B143, 485 (1978).
3. S. L. Adler, Phys. Rev., D23, 2905 (1981).
4. И. В. Андреев, ЯФ, 37, 714 (1983).