ления, что может быть использовано при экспериментальном исследовании динамики импульсного плавления.

Поступила в редакцию
10 мая 1983 г.

Литература

1. Дж. Ф. Реди, ТИИЭР, 70, 7 (1982).
2. А. И. Коротченко, А. А. Самохин, Препринт ФИАН № 223, М., 1981 г.
3. А. Г. Мержанов, В. А. Радучев, Э. Н. Руманов, ДАН СССР, 253, 330 (1980).
4. Г. Карслоу, Д. Егер, Теплопроводность твердых тел, М., "Наука", 1964 г.
5. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Статистическая физика, Часть I, М., "Наука", 1976 г.

*Краткие сообщения по физике № 10 1983*

# СОЛИТОНЫ В ПЛАЗМЕ, ДВИЖУЩЕЙСЯ СО СКОРОСТЬЮ БЛИЗКОЙ К СКОРОСТИ ЗВУКА

Н. Е. Андреев, В. П. Силин, П. В. Силин

УДК 533.95

Найдены и исследованы аналитические закономерности, описывающие волноводную структуру нелинейных электромагнитных волн в движущейся плазме.

В настоящей работе получены решения для S-поляризованных волн в стационарном потоке плазмы, движущейся со скоростью, близкой к скорости звука. Они демонстрируют простые аналитические закономерности, отвечающие переходу плазмы от дозвукового течения к сверхзвуковому и обратно, в том числе закономерности, определяющие структуру своеобразных солитонов.

Для плоского стационарного одномерного течения неизотермической плазмы уравнения гидродинамики с пондеромоторной силой Миллера /I/ позволяют записать следующие интегралы движения:

$$n(x)v(x) = N_0 V_0 = \mathrm{const}, \tag{I}$$

$$\frac{1}{2} v^2(x) + v_s^2 \ln n(x) + \frac{Ze^2 |\vec{E}_0(x)|^2}{4M_i m_e \omega_0^2} = \frac{1}{2} V_0^2 + v_s^2 \ln N_0. \tag{2}$$

Здесь $n(x)$ и $v(x)$ – плотность и гидродинамическая скорость ионов с массой $M_i$ и зарядом $Z|e|$, $v_s = \sqrt{ZT_e/M_i}$ – скорость звука; $e$, $m_e$ – заряд и масса электрона; $\omega_0$ – частота, а $\vec{E}_0(x)$ – зависящая от координат напряженность электрического поля; $N_0$ и $V_0$ – плотность и скорость невозмущенного потока плазмы в области пространства, где напряженность поля равна нулю.

Интересуясь случаем полей, давление которых мало по сравнению с тепловым, представим плотность плазмы в виде

$$n(x)/N_0 = 1/[1 + \delta(x)], \tag{3}$$

где $|\delta(x)| \ll 1$. При этом из уравнений (I), (2) получим следующее уравнение для величины $\delta(x)$, определяющей деформацию плотности под действием высокочастотного поля:

$$\delta^2 \left[1 + \frac{v_s^2}{V_0^2}\right] + 2\delta \left[1 - \frac{v_s^2}{V_0^2}\right] + \frac{2\alpha^2}{V_0^2} |\vec{E}_0(x)|^2 = 0, \tag{4}$$

где $\alpha^2 = 1/(16\pi n_c M_i)$, $n_c = m_e \omega_0^2/(4\pi e^2 Z)$ – критическая плотность ионов. Поскольку $|\delta| \ll 1$, то учет квадратичного по $\delta$ слагаемого в (4) существенен только при скорости течения $V_0$, близкой к скорости звука, когда $\vartheta = (1/2)(v_s^2/V_0^2 - 1)$ мало: $|\vartheta| \ll 1$. При этом из (3), (4) находим

$$n_{\pm}(|\vec{E}_0|^2)/N_0 = 1 - \vartheta \left[1 \mp \sqrt{1 - (\alpha^2 |\vec{E}_0|^2 / V_0^2 \vartheta^2)}\right]. \tag{5}$$

С помощью соотношения (I) легко убедиться, что две ветви решения (5) отвечают дозвуковому ($n_+$) и сверхзвуковому ($n_-$) течению плазмы. Непрерывный переход под действием электромагнитного поля с дозвукового течения на сверхзвуковое возможен только в тех точках пространства, где $|\vec{E}_0|^2$ достигает максимума, обращающего подкоренное выражение в (5) в ноль.

Соотношение (5) вместе с выражением для высокочастотной диэлектрической проницаемости $\varepsilon = 1 - n(x)/n_c$ представляет собой материальное уравнение нелинейной электродинамики стационарного одномерного потока плазмы, сводящее проблему к исследованию нелинейных уравнений поля /2-4/.

Рассмотрим случай S-поляризации электромагнитного поля, когда $\vec{E}_0(x)$ ориентировано вдоль оси OY и запишем Y-компоненту электрического поля в виде

$$E_y(x,z,t) = E(x)\sin\left[\omega_0 t - z(\omega_0/c)\sin\theta + \varphi(x)\right],$$

где $\theta$ - угол падения. Для стоячих волн, в которых поток энергии электромагнитного поля вдоль оси OX равен нулю (т.е. $\varphi(x) = \mathrm{const}$), интеграл уравнений Максвелла имеет следующий вид:

$$\left[\frac{dE}{dx}\right]^2 + \left(\frac{\omega_0}{c}\right)^2 \cos^2\theta\left[E^2 - \int\limits_0^{E^2} \frac{n(E^2)}{n_c}\, d(E^2)\right] = \mathcal{E}_s = \mathrm{const}. \qquad (6)$$

Вводя безразмерные напряженность электрического поля и координату

$$\psi(y) = \alpha E(x)/V_0\nu, \quad y = \sqrt{2\nu/3}(x\omega_0/c)\cos\theta, \qquad (7)$$

из соотношений (5), (6) получим

$$(\psi')^2 + (3/2)(1 - \Delta/\nu)\psi^2 \pm (1 - \psi^2)^{3/2} - 1 = \mathcal{E}_\pm, \qquad (8)$$

где $\Delta$ определяет отличие невозмущенной плотности плазмы $N_0$ от $n_c\cos^2\theta$ ($|\Delta| \ll 1$): $N_0 = (1 + \Delta)n_c\cos^2\theta$, а знаки $\pm$ отвечают двум ветвям решения (5).

Будем считать, что плазма движется из области $x \to +\infty$ со скоростью $V_0$, меньшей скорости звука ($\nu > 0$) и плотностью $N > n_c\cos^2\theta$ ($\Delta > 0$), отвечающей линейной непрозрачности плазменного потока. Тогда для решений, спадающих ($\psi = \psi' = 0$) при $x \to +\infty$, из соотношения (8) следует, что $\mathcal{E}_+ = 0$. Непрерывный переход на ветвь $n_-$, отвечающую сверхзвуковому потоку, может происходить только в тех точках пространства $y_m$, где поле достигает экстремума $|\psi(y_m)| = \psi_{max} = 1$. Поэтому для таких решений из (8) следует, что $\mathcal{E}_- = \mathcal{E}_+ = 0$ и должно выполняться следующее соотношение между плотностью и скоростью в набегающем потоке плазмы: $\Delta = \nu/3$, т.е.

$$N_0/n_c \cos^2\theta = (1/6)(5 + v_s^2/V^2). \tag{9}$$

При этом уравнение (8) принимает следующий вид:

$$(d\psi/dy)^2 = (1 - \psi^2)(1 \mp \sqrt{1 - \psi^2}). \tag{I0}$$

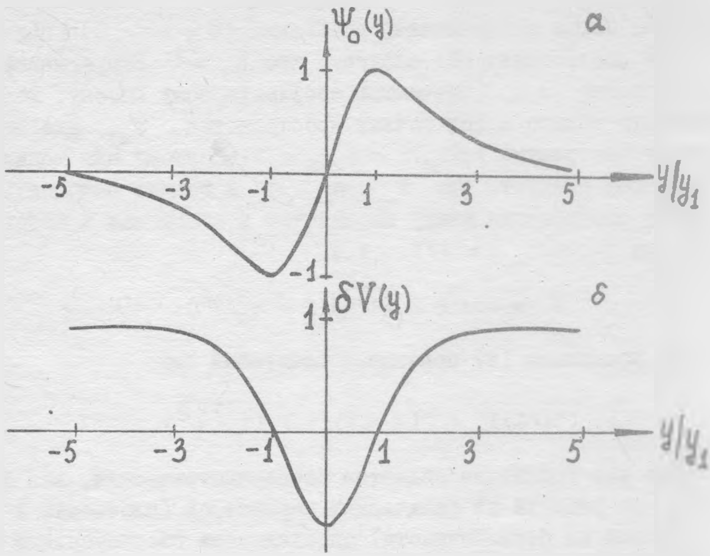
Поскольку это уравнение является беспараметрическим, вся зависимость его решений от физических параметров (плотность и скорости плазмы на бесконечности) определяется соотношениями (7) с учетом (9). Решением уравнения (I0) является функция

$$\Psi_0(y) = 2\mathrm{th}(y/\sqrt{2})/\mathrm{ch}(y/\sqrt{2}), \tag{II}$$

которая в областях $y > y_1$ и $y < -y_1$ описывает спадающее электромагнитное поле в дозвуковом потоке плазмы ($n = n_+(\psi^2)$), а в интервале $-y_1 < y < y_1$ – проходящую через ноль ветвь решения $-1 < \psi < 1$ в сверхзвуковом потоке ($n = n_-(\psi^2)$) (см. рис. I). В точках $y = \pm y_1 = \sqrt{2}\ln(\sqrt{2} + 1)$ скорость потока плазмы равна звуковой, а напряженность поля имеет экстремумы $\Psi_0(\pm y_1) = \pm 1$. Все решения рассматриваемого типа (спадающие при $x \to +\infty$ и достигающие хотя бы одного экстремума $|\psi| = 1$) могут быть построены из различного числа трех указанных частей решения (II). Так например, простой солитон $\Psi_I(y)$, имеющий один максимум поля, состоит из двух спадающих частей решения (II):

$$\Psi_I(y) = \begin{cases} \Psi_0(y + y_1), & y \geqslant 0, \\ -\Psi_0(y - y_1), & y < 0. \end{cases}$$

Общее $N$-солитонное решение с $N$ экстремумами состоит из $N - 1$ "сверхзвуковых" частей $\Psi_0$ в области нелинейной проз-




Р и с. I. Пространственная структура электрического поля (а) и возмущений скорости и плотности (б): $\delta V = (1 - |v(y)|/v_s)/(1 - -|V|/v_s) = \delta N = (n(y)/N - 1)/(v_s/|V| - 1) = \pm\sqrt{1-\psi^2}$

рачности ($n = n_-(\psi^2) < n_c \cos^2\theta$) и двух спадающих (скинирующихся) частей в дозвуковом потоке плазмы ($n = n_+(\psi^2)$) при $y > y_1$ и $y < -(2N-3)y_1$:

$$\psi_N(y) = (-1)^m \psi_0(y + 2my_1), \tag{I2}$$

где m последовательно принимает целые значения от 0 до N − 2 в различных областях пространства:

$$\begin{aligned} &m = 0 && -y_1 \leqslant y < +\infty, \\ &m = 1, 2, \ldots, N-3, && -(2m+1)y_1 \leqslant y < -(2m-1)y_1, \\ &m = N-2, && -\infty \leqslant y < -(2m-1)y_1. \end{aligned}$$

Это мультисолитонное волноводное решение описывает локализованную вдоль оси OX стоячую нелинейную электромагнитную волну в сверхзвуковом потоке плазмы, распространяющуюся в направлении оси OZ. Подчеркнэм, что максимальное значение напряженности электрического поля для рассматриваемых решений (I2) согласно (7) однозначно связано со скоростью $V_0$ (или плотностью $N_0$, см. (9) ) набегающего невозмущенного полем потока плазмы:

$$\frac{E^2_{max}}{4\pi n_{ce}T_e} = \frac{V_0^2}{v_s^2}\left(\frac{v_s^2}{V^2} - 1\right)^2 = 6\left(1 - \frac{V_0^2}{v_s^2}\right)\left(\frac{N_0}{n_c\cos^2\theta} - 1\right).$$

Из этого соотношения, в частности, следует уменьшение максимума амплитуды поля в волноводе как при приближении скорости движения плазмы $V_0$ к скорости звука, так и при приближении невозмущенной плотности плазмы $N_0$ к значению $n_c\cos^2\theta$, отвечающему границе линейной прозрачности плазмы (ср. /3/).

Поступила в редакцию
I6 мая I983 г.

Литература

I. А. В. Гапонов, М. А. Миллер, ЖЭТФ, 34, 242 (I958).
2. В. П. Силин, ЖЭТФ, 53, I662 (I967).
3. Н. Е. Андреев, В. П. Силин, П. В. Силин, ЖЭТФ, 79, I293 (I980).
4. N. E. Andreev, V. P. Silin, P. V. Silin, Nonlinear electromagnetic waves in flowing plasma, in "Advances in Nonlinear Waves", Pittman Books Ltd., 1983.