

РЕЛАКСАЦИЯ РАЗБАЛАНСА ЗАСЕЛЕННОСТЕЙ ВЕТВЕЙ
СПЕКТРА ВОЗБУЖДЕНИЙ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ

В. Г. Валеев, Ю. А. Кухаренко, Г. Ф. Шарков

УДК 137.312.62

На основе кинетического уравнения с интегралом столкновений, сохраняющим полное число электронов, получено уравнение, описывающее пространственную и временную эволюцию разбаланса ветвей спектра возбуждений.

Вопрос о поведении разбаланса заселенностей ветвей спектра возбуждений вблизи критической температуры T_c в чистых сверхпроводниках с малой концентрацией немагнитных примесей рассматривался в работах /1/ (в стационарном случае) и /2/ при помощи кинетического уравнения для функции распределения возбуждений, выведенного в /3, 4/. Однако кинетическое уравнение /3, 4/ не сохраняет полное число частиц в системе и не согласуется с уравнением непрерывности для объемной плотности электронов.

В работе /5/ для вычисления глубин проникновения продольного поля в сверхпроводник использована система уравнений для функций Грина, проинтегрированных по энергии. Этот подход является градиентно-инвариантным, но требует весьма громоздких вычислений.

Для последовательного получения уравнений гидродинамики сверхпроводников нужно исходить из правильного кинетического уравнения для матрицы плотности, согласующегося с уравнением непрерывности. Такое уравнение было выведено в работе /6/. Характерная его особенность состоит в том, что интеграл столкновений электронов сверхпроводника с любыми возбуждениями и примесями недиагонален в квазичастичном или \mathcal{Q} -представлении.

I. Кинетическое уравнение для одноэлектронной матрицы плотности сверхпроводника $\hat{\rho}(\vec{r}, \vec{p}, t)$, выведенное в работе /6/,

имеет следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho} + \frac{1}{2} \left[\left[\frac{\partial \hat{\varepsilon}_p}{\partial \mathbf{r}}, \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial \mathbf{r}} \right]_+ - \left[\frac{\partial \hat{\varepsilon}_p}{\partial \mathbf{r}}, \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial \mathbf{r}} \right]_+ \right] + i [\hat{\varepsilon}_p, \hat{\rho}]_- = \hat{R}^{(2)} \{ \hat{\rho} \}, \quad (1)$$

где $[\hat{A}, \hat{B}]_{\pm} = \hat{A}\hat{B} \pm \hat{B}\hat{A}$; в общепринятых обозначениях

$$\hat{\varepsilon}_p = \tilde{\varepsilon}_p \hat{\sigma}_z - \Delta \hat{\sigma}_x + \tilde{v} \hat{v}_y, \quad \tilde{\varepsilon}_p = v^2/2m - \tilde{\mu} \quad (\hbar = c = 1), \quad (2)$$

$$\tilde{\mu} = \lambda - \Phi - \pi |g|/2 - \pi v_s^2/2, \quad \Phi = \chi/2 + e\varphi, \quad \tilde{v}_y = (\tilde{v}\chi - 2e\tilde{A})/2m.$$

Как показано в /6/, интеграл столкновений $\hat{R}^{(2)} \{ \hat{\rho} \}$ уравнения (1) обладает свойством $\langle \hat{\sigma}_z \hat{R}^{(2)} \{ \hat{\rho} \} \rangle = 0$, где $\langle \dots \rangle = \sum_p \text{Sp} \{ \dots \}$, выполняющимся при любом $\hat{\rho}$ и ответственным

за сохранение полного числа частиц. Из (1) и (2) с учетом этого тождества немедленно получим

$$\partial n / \partial t + \text{div} \mathbf{j} = 0, \quad (3)$$

$$\mathbf{n} = \langle \hat{\sigma}_y \hat{\rho} + 1/2 \rangle, \quad \mathbf{j} = \langle (p/m) (\hat{\rho} - 1/2) \rangle + \pi \tilde{v}_y. \quad (4)$$

На больших временах ведущим в (1) членом является интеграл столкновений; он описывает релаксацию системы к состоянию

$$\hat{\rho}_0 = n_0 (\hat{\sigma}_p / T), \quad n_0(x) = (e^x + 1)^{-1}, \quad (5)$$

где T — температура. Мы применим к решению кинетического уравнения (1) метод Чепмена — Энскога /7/. Предположим, что решением нулевого приближения является состояние $\hat{\rho}_1$ вида (5), в котором все параметры зависят от (\mathbf{r}, t) . Пусть $\hat{\rho}_1$ нормировано на истинные неравновесные значения плотности электронов $n(\mathbf{r}, t)$ и плотности энергии $\hat{E}(\mathbf{r}, t)$. Легко показать, что в локальном равновесии

$$\mathbf{j}(1) = n_s \tilde{v}_y, \quad n_s = n \left(1 - \frac{\pi^2}{6\beta^2} \langle [-n_0'(\varepsilon_p/T)] / T \rangle \right), \quad (6)$$

где n_s — плотность сверхтекучей компоненты;

$$m\delta\vec{v}_g/\delta t = e\vec{E}_N \equiv -\vec{\nabla}\mu_{ec}, \quad (7)$$

где $\mu_{ec} \equiv \mu_0(P, T) + e\varphi + mv_g^2/2$ - электрохимический потенциал; $\mu_0(P, T)$ - химический потенциал сверхпроводника в системе координат, где $\vec{v}_g = 0$, как функция температуры и давления P .

Для нахождения поправки первого порядка по градиентам к матрице плотности запишем ее в виде

$$\hat{\rho} = \hat{\rho}_1 + \delta[\hat{\rho}_0] + \delta\tilde{\rho}, \quad (8)$$

где $\hat{\rho}_0$ взята на неравновесном спектре. Линеаризуя (I) относительно $\delta\tilde{\rho}$, получим линейное неоднородное интегральное уравнение

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\left[\frac{\partial \hat{\epsilon}_p}{\partial \vec{p}}, \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \right]_+ - \left[\frac{\partial \epsilon_p}{\partial \vec{r}}, \frac{\partial}{\partial \vec{p}} \right]_+ \right) \right\} \hat{\rho}_1 = \hat{L}(\delta\tilde{\rho}), \quad (9)$$

где $\hat{L} = -i[\hat{\epsilon}_0, \dots]_- + \hat{L}^{(2)}$, $\hat{L}^{(2)}$ - линеаризованный интеграл столкновений $/\delta/$. Мы считаем фононы равновесными. Можно показать, что уравнение (9) разрешимо относительно $\delta\tilde{\rho}$ на множестве двумерных эрмитовых матриц, удовлетворяющих условию $\langle \hat{\sigma}_y \delta\tilde{\rho} \rangle = 0$, если при вычислении его неоднородного члена заменить все производные по времени на пространственные градиенты в соответствии с уравнениями нулевого приближения для макроскопических величин. Линеаризованный интеграл столкновений $\hat{L}^{(2)}$ имеет два тривиальных правых собственных вектора:

$$\delta\tilde{\rho}_N = c_N \frac{\partial}{\partial n} (\hat{\rho}_1)_N, \quad \delta\tilde{\rho}_T = c_T \frac{\partial}{\partial T} (\hat{\rho}_1)_N \quad (10)$$

Для нахождения общего решения уравнения (9), содержащего две неизвестные постоянные c_N и c_T паразитных решений, и самосогласованных неравновесных добавок $\delta\vec{\mu}$ и $\delta\Delta$ в спектре возбуждений мы имеем четыре уравнения: два уравнения самосогласования и два условия нормировки $\delta n = 0$, $\delta E = 0$.

Не останавливаясь на деталях вычислений, приведем сразу окончательные выражения для нормального тока \vec{J}_N и диссипативной поправки $\delta\vec{\mu}$ в уравнении для \vec{v}_g :

$$\vec{J}_N = \frac{c}{e} \vec{E}_N - \frac{\eta}{e} \vec{\nabla} T, \quad (II)$$

где σ - проводимость, η - термоэлектрический коэффициент, вычисленные в работе /8/. Имеем далее

$$\delta \tilde{\mu} = - m \xi_3 \operatorname{div}(\mathbf{n}_s \tilde{\mathbf{v}}_s). \quad (12)$$

В (12) ξ_3 - коэффициент объемной вязкости; в практически интересном случае, когда $T < T_c$, который мы и рассмотрим здесь,

$$\xi_3 = \frac{1}{\nu_y} \frac{p_F^2}{3\pi n} \frac{1}{m} \frac{4}{\hbar} \frac{T_c}{\Delta(T)}, \quad (13)$$

где при малых ν_s $\nu_y = \nu_y^{el-el} + \nu_y^{el-ph}$ - частота релаксации недиагональных компонент матрицы плотности, введенная в /6/; в окрестности T_c $\nu_y = \nu_{ph}/2$; ν_{ph} - частота электрон-фоонных столкновений в нормальном металле при $T = T_c$. Результат (13) обусловлен вкладом ν -недиагональных компонент общего решения уравнения (9).

2. После вычисления кинетических коэффициентов система уравнений гидродинамики становится замкнутой и позволяет в принципе полностью описать поведение сверхпроводника во внешних полях, достаточно медленно изменяющихся во времени и слабонеоднородных в пространстве. В качестве примера получим уравнение для величины $\delta \tilde{\mu}$, характеризующей разбаланс заселенностей ветвей спектра возбуждений.

Исключим из уравнения для сверхтекучей скорости

$$m \frac{\partial}{\partial t} \tilde{\mathbf{v}}_s = e \tilde{\mathbf{E}}_s - \nabla \delta \tilde{\mu} \quad (14)$$

величины $\tilde{\mathbf{v}}_s$ и $\tilde{\mathbf{E}}_s$. Для этого используем выражения (II) - (13) и условие нейтральности $\delta n = 0$, которое всегда выполняется в хороших проводниках и в силу (3) приводит к уравнению

$$\operatorname{div} \tilde{\mathbf{J}} = 0, \quad \tilde{\mathbf{J}} = \mathbf{n}_s \tilde{\mathbf{v}}_s + \tilde{\mathbf{J}}_n, \quad (15)$$

а \mathbf{n}_s можно в силу малости $\tilde{\mathbf{v}}_s$ считать равновесной. Получим окончательно:

$$(\partial/\partial t + 1/\tau_\mu - D_\mu \nabla^2) \delta \tilde{\mu} - D_{\mu T} \nabla^2 T = 0, \quad (16)$$

где частота релаксации разбаланса ветвей спектра возбуждений

$$\tau_{\mu}^{-1} = e^2 n_s / m \sigma, \quad (17)$$

D_{μ} и $D_{\mu T}$ — соответствующие коэффициенты диффузии и термодиффузии:

$$D_{\mu} = \xi_3 n_s, \quad D_{\mu T} = - \frac{\eta e}{\sigma} D_{\mu}. \quad (18)$$

При $T \rightarrow T_0 = 0$ $\sigma = e^2 n / m \nu_{\text{имп}}$, где $\nu_{\text{имп}}^{-1}$ — время упругой релаксации в нормальном металле;

$$\tau_{\mu}^{-1} = 2(1 - T/T_0) \nu_{\text{имп}}; \quad D_{\mu} = \frac{16}{3\pi} \frac{\mu F}{\nu_s} \left(\frac{7\xi(3)}{8\pi^2} \right)^{1/2} (1 - T/T_0)^{1/2}.$$

Легко видеть, что длина диффузии l_D , определяемая уравнением (16), есть глубина проникновения продольного "действующего" поля \vec{H}_D ; при $T \rightarrow T_0 = 0$

$$l_D = (\tau_{\mu} D_{\mu})^{1/2} = (8\mu T_0 / 3\pi \nu_s \nu_{\text{имп}} m \Delta)^{1/2}. \quad (19)$$

Температурная зависимость $l_D \sim \Delta(T)^{-1/2}$ совпадает с полученной иным методом в /1,2/. Однако результаты (17) и (18) для τ_{μ} и D_{μ} отличаются от найденных в /1,2/. Причины этого расхождения требуют дальнейшего анализа.

Поступила в редакцию
22 июня 1983 г.

Л и т е р а т у р а

1. С. Н. Артеменко, А. Ф. Волков, ЖЭТФ, 70, № 3, 1051 (1976).
2. А. С. Aronov, Yu. N. Galperin et al., Adv. Phys., 30, № 4, 539 (1981).
3. В. П. Галейко, ЖЭТФ, 61, 382 (1971).
4. А. Г. Аронов, В. Л. Гуревич, ФТТ, 16, № 7, 26 (1974).
5. У. И. Ouchinnikov, J. Low Temp. Phys., 31, 785 (1978).
6. В. Г. Валеев, Ю. А. Кухаренко, Препринт ФИАН № III, 1983 г.
7. С. Чемпен, Т. Каулинг. Математическая теория неоднородных газов, ИИЛ, М., 1960 г.
8. Ю. М. Гальперин, В. Л. Гуревич, В. И. Козуб, ЖЭТФ, 66, 1388 (1974).