Краткие сообщения по физике № 1 1982

К ТЕОРИИ ЭФФЕКТА ФРЕДЕРИКСА В СВЕТОВОМ ПОЛЕ

А. С. Золотько, В. Ф. Китаева, Н. Г. Преображенский,
С. И. Трашкеев

УДК 532.783

Проведены численные расчеты самофокусировки лазерного пучка при переходе Фредерикса в нематическом жидком кристалле, вызванном световым полем. Определены распределение директора в кристалле и структура прошедшего пучка. Проведено сравнение полученных результатов с экспериментальными данными.

Настоящее сообщение непосредственно примыкает к работе /I/, в которой теоретически исследовалось воздействие лазерного излучения на нематическую фазу жидкого кристалла (НЖК), когда существенной оказывается переориентация директора кристалла – так называемый переход Фредерикса.

Согласно одноконстантному приближению континуальной теории НЖК /2/ для угла поворота директора $\theta(z,\rho)$ в цилиндрической системе координат имеет место следующее нелинейное уравнение:

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\theta}{\partial\rho} + \frac{\partial^2\theta}{\partial\rho^2} + \varkappa^2\Phi(z,\rho)\sin\left[2(\theta+\gamma)\right] = 0. \qquad (I)$$

Здесь, как и в /I/, предполагается, что узкий пучок лазерного излучения падает на плоский слой НЖК толщиной L под малым углом γ к оси z, направленной по нормали к плоскостям слоя; в том же направлении ориентирован орт невозмущенного директора. Кроме того, $\varkappa^2 = \varepsilon_a|E_0|^2(16\pi K)^{-1}$, где $\varepsilon_a = \varepsilon_\parallel - \varepsilon_\perp$ – фактор оптической анизотропии, определяемый несингулярной частью тензора диэлектрической проницаемости НЖК на частоте поля, К - константа Франка. Функция $\Phi(z,\rho)$ характеризует конфигурацию электрического поля внутри образца.

В дальнейшем мы рассмотрим конкретную ситуацию, относящуюся к экспериментам, описанным в работах /3,4/. Примем, что $\gamma \approx 0$, $\Phi(z,\rho) = \Phi(\rho) = \exp(-2\rho^2/w^2)$ - описывает гауссов пучок с характерным размером w $(w \sim L)$. При этом простейшие граничные условия задачи таковы:

$$\theta|_{z=0,L} = 0; \quad \theta|_{\rho\to\infty} = 0; \quad (\partial\theta/\partial\rho)|_{\rho=0} = 0. \qquad (2)$$

В работе /I/ описанная выше задача решалась с помощью приближенного вариационного метода, имеющего ряд серьезных ограничений. Поэтому представляет естественный интерес осуществить прямое численное решение нелинейного уравнения (I) с граничными условиями (2). Удобной для этой цели оказалась неявная схема Кранка - Никольсона /5/ с покоординатным расщеплением /6/.

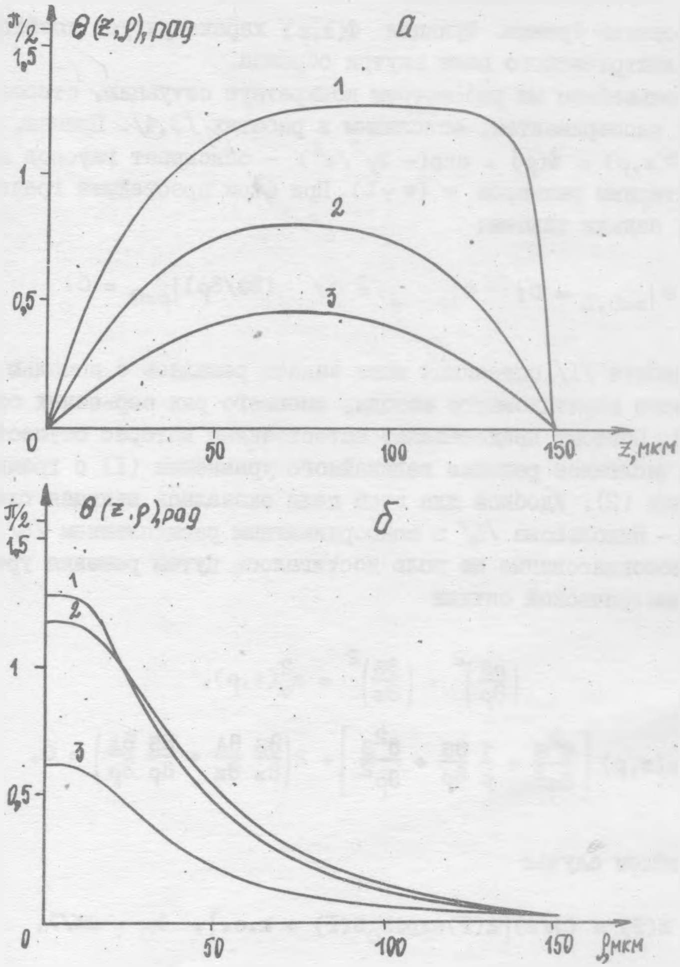
Самосогласование по полю достигалось путем решения уравнений геометрической оптики

$$\left(\frac{\partial S}{\partial\rho}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial z}\right)^2 = n_e^2(z,\rho);$$
$$A(z,\rho)\left[\frac{\partial^2 S}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial S}{\partial\rho} + \frac{\partial^2 S}{\partial\rho^2}\right] + 2\left(\frac{\partial S}{\partial z}\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\partial S}{\partial\rho}\frac{\partial A}{\partial\rho}\right) = 0, \qquad (3)$$

где в общем случае

$$E(\bar r) = (1/2)\left[A(\bar r)\exp ik_0 S(\bar r) + \text{k.c.}\right], \quad k_0 = 2\pi/\lambda,$$
$$n_e(\theta) = (\varepsilon_\parallel\varepsilon_\perp)^{1/2}\left[\varepsilon_\perp\sin^2(\theta+\gamma) + \varepsilon_\parallel\cos^2(\theta+\gamma)\right]^{-1/2}. \qquad (4)$$

В этих формулах S, A и λ - фаза, амплитуда и длина волны; $n_e(\theta)$ - показатель преломления НЖК для необыкновенной волны. Оценки показывают, что эйкональное приближение удовлетворяет условиям задачи. Находя амплитуду $A(z,\rho)$, заменяем в уравнении (I) произведение $\varkappa^2\Phi(z,\rho)$ величиной $\varepsilon_a|A(z,\rho)|^2/16\pi K$, получаем



Р и с. I. Зависимость $\theta(z,\rho)$ при $\varkappa^2 = 100$, $L = 150$ мкм, $w = 32$ мкм; кристалл ОЦБФ /3/; а) $\rho = 0$ мкм (I), 30 мкм (2), 50 мкм (3); б) $z = 105$ мкм (I), 60 мкм (2), I5 мкм (3) более точное решение $\Theta(z,\rho)$ и продолжаем сходящийся процесс до получения искомых функций с заданной точностью.

Полагая $z = L$ и находя поле на выходе из НЖК $E(\rho) = (1/2)\times$ $\times[\bar{A}(L,\rho)\exp ik_0 S(L,\rho) + \text{к.с.}]$ с помощью дифракционного интеграла Фраунгофера

$$E'(x',y',z') = i(\lambda z')^{-1}\exp(-i\vec{k}_0\vec{r}')\int_0^{\rho_0} E(\rho)\rho J_0(k_0\rho R'/z')d\rho, \quad (5)$$

рассчитываем поле в дальней зоне (на экране, удаленном от кюветы на расстояние z') и тем самым получаем структуру оптического изображения, наблюдаемого, например, на матовой пластинке /4/. В (5) J_0 – функция Бесселя, штрихами помечены координаты точек, относящихся к дальней зоне, причем $R'^2 = x'^2 + y'^2$, ρ_0 – значение ρ, при котором амплитуда выходящей из кристалла волны оказывается пренебрежимо малой.

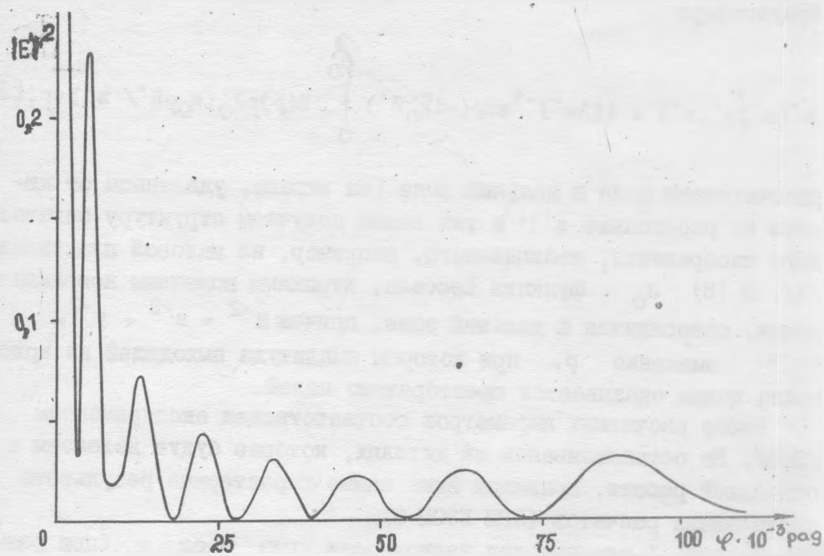
Выбор расчетных параметров соответствовал экспериментам /3,4/. Не останавливаясь на деталях, которые будут изложены в отдельной работе, приведем лишь самые характерные результаты проделанных расчетов (ЭВМ БЭСМ-6).

На рис. I показан ход зависимости угла Θ от z (при различных ρ) и от ρ (при различных z) в условиях, когда пороговое значение перехода Фредерикса существенно превзойдено: $\text{æ}^2 = 100$, величина перетяжки пучка $w = 32$ мкм. Нелинейность (самовоздействие) выражена очень отчетливо в асимметрии зависимости $\Theta(z)$ при малых значениях ρ, причем толщина переходного слоя вблизи верхней границы НЖК в этом случае $l \sim 0{,}1L$. Ширина возмущенной зоны превышает величину перетяжки пучка.

Рис. 2 воспроизводит структурный профиль аберрационной кольцевой картины, наблюдавшейся в /3,4/ на экране. По оси ординат отложена величина $|E'|^2$, причем высота центрального пика принята за единицу, по оси абсцисс – угол $\varphi = R'/z'$ в радианах. Расчет показывает, что ширина кольца растет от центра к краю картины, интенсивность колец в максимуме сначала уменьшается, а затем слегка возрастает. Для данного случая ($w = L = 50$ мкм, $\text{æ}^2 = 15$) число колец N_k без учета центрального пика равно 7; расчет по оценочной формуле

$$N_k = (2\pi)^{-1} k_0 [S(\rho = 0) - S(\rho = \infty)], \qquad (6)$$

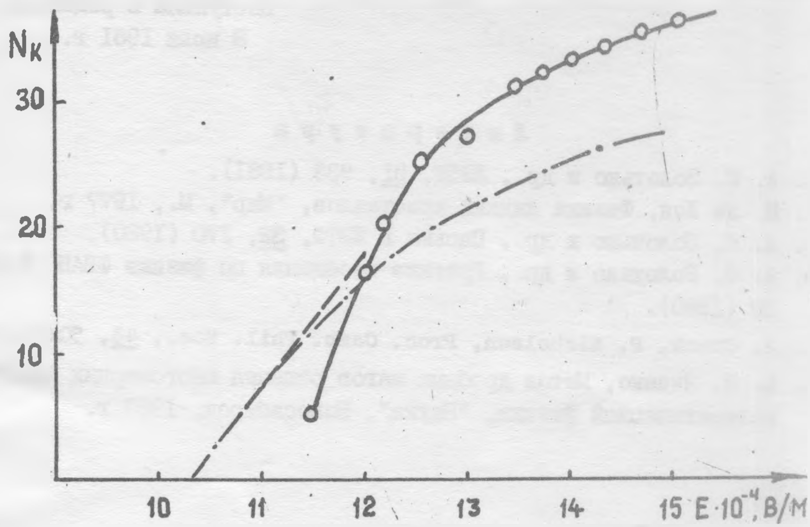
обсуждавшейся в /I/, дает $N_k = 6$.



Р и с. 2. Профиль аберрационной кольцевой структуры, наблюдаемой с кристаллом ОЦБФ на экране: $\varkappa^2 = 15$, $L = w = 50$ мкм

На рис. 3 для НЖК ОЦБФ /3/ приведена зависимость числа N_k аберрационных колец от величины напряженности поля E в центре пучка. Штриховой линией показан начальный участок этой зависимости, найденной согласно /I/ при условии, что поле незначительно превышает пороговое для перехода Фредерикса. Экстраполировать этот участок на большие значения E, очевидно, не имеет смысла. Штрих-пунктиром показаны результаты численного расчета с привлечением формулы (6). Кружки - экспериментальные данные. Хотя общий характер зависимости передается правильно, расхождение между расчетными и экспериментальными данными остается довольно заметным, что свидетельствует о не вполне адекватной исходной модели взаимодействия излучения с НЖК. Пороговое значение E_t для перехода Фредерикса, полученное прямым численным расчетом, практически совпадает с полученным в /I/ на основе простой формулы

$$E_t = \frac{\pi}{L}\left(\frac{8\pi K}{\varepsilon_a}\right)^{1/2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}L}{\pi w}\right). \tag{7}$$



Р и с. 3. Зависимость числа колец от напряженности поля в центре пучка за порогом перехода Фредерикса: $L = 150$ мкм, $w = 32$ мкм. Штриховая линия – расчет согласно /I/, штрих-пунктир – численный расчет с использованием (6), кружки – эксперимент /3/

Различие с экспериментом составляет здесь примерно I0%. Оценка предельного числа аберрационных колец в условиях насыщения N_k^s (директор направлен параллельно полю), произведенная с помощью формулы (6), дает $N_k^s = 37$; в эксперименте /3/ наблюдалось до 39 колец; по приближенной формуле, приведенной в /I/, получается $N_k^s = 42$.

В заключение отметим, что использованный в работе численный метод расчета может быть без сколько-нибудь существенных изменений распространен и на более сложные ситуации, когда важен учет изменения поляризации пучка, проходящего через кристалл, гидродинамических факторов, ненулевых граничных условий, наличия магнитного поля, многоконстантного выражения для свободной энергии НЖК и т.п. Особый интерес представляет постановка и разработка методов решения широкого класса обратных задач физики взаимодействия когерентного излучения с жидкими кристаллами.

Поступила в редакцию
8 июля 1981 г.

Литература

1. А. С. Золотько и др., ЖЭТФ, 81, 933 (1981).
2. П. де Жен, Физика жидких кристаллов, "Мир", М., 1977 г.
3. А. С. Золотько и др., Письма в ЖЭТФ, 32, 170 (1980).
4. А. С. Золотько и др., Краткие сообщения по физике ФИАН № 12, 39 (1980).
5. J. Crank, P. Nicholson, Proc. Camb. Phil. Soc., 43, 50(1947).
6. Н. Н. Яненко, Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики, "Наука", Новосибирск, 1967 г.