Краткие сообщения по физике № 11 1983

О НЕКОТОРЫХ РЕШЕНИЯХ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ИЗЛУЧЕНИЯ ЧАСТИЦ ВО ВНЕШНИХ ПОЛЯХ

Е. Г. Бессонов, А. В. Серов

УДК 538.561

Рассматривается обратная задача теории излучения: по заданному спектру находится пространственное распределение внешнего магнитного поля, в котором происходит излучение частиц.

В работе находится пространственное распределение внешнего магнитного поля, при пролете через которое частица испускает излучение с заданными свойствами.

Пусть в точке наблюдения заданы спектральные и поляризационные характеристики излучения, испускаемого зарядом, движущимся во внешнем магнитном поле. Полностью эти характеристики определяются компонентой Фурье $\vec{E}_\omega(\vec{n},R,\omega)$ электрического поля излучения, где $\vec{n} = \vec{R}/R$ – единичный вектор, направленный из точки нахождения заряда в точку наблюдения, R – расстояние между этими точками, ω – частота. Зная $\vec{E}_\omega$ и используя обратное преобразование Фурье, можно найти закон изменения во времени напряженности электрического поля излучения в точке наблюдения. Поскольку величина $\vec{E}(t)$ является действительной функцией, то фурье-образы ее компонент $E_{\omega k} = A_k(\omega)\exp\left[i\Phi_k(\omega)\right]$ обладают следующими свойствами:

$$A_k(-\omega) = A_k(\omega), \quad \Phi_k(-\omega) = -\Phi_k(\omega). \tag{I}$$

Амплитудной характеристикой $\vec{A}(\omega)$ определяются спектральное распределение интенсивности и поляризация излучения. Фазой $\Phi(\omega)$ определяются статистические свойства излучения. Если в точке наблюдения задается излучение, обладающее определенными спектральными и поляризационными характеристиками, и не накладызаются никакие требования на фазовые соотношения между различными частотами, то задача не может быть решена однозначно. Задавая различные законы изменения величины $\Phi(\omega)$, можно найти различные законы изменения величины $\vec{E}(t)$, а следовательно, как будет показано ниже, и пространственного изменения внешнего магнитного поля.

Величина $\vec{E}(t)$ определяется траекторией частицы /I/

$$\vec{E}(\vec{n},R,t) = e\left[\vec{n}\left[(\vec{n} - \vec{\beta})\dot{\vec{\beta}}\right]\right]/cR(1 - \vec{n}\vec{\beta})^3, \qquad (2)$$

где $\vec{\beta} = \vec{v}/c$, $\dot{\vec{\beta}} = d\vec{\beta}/dt$, $\vec{v} = -dR/dt$. Величины $\vec{\beta}$, $\dot{\vec{\beta}}$ в (2) должны браться в запаздывающий момент времени $t' = t - R(t')/c$. Решение обратной задачи существенно упрощается, если релятивистская частица во внешнем поле отклоняется на угол $\alpha \ll 1/\gamma = (1 - \beta^2)^{1/2}$, так как в этом случае изменением величины $\vec{\beta}$ в (2) можно пренебречь, а связь между t' и t линейна, $t = t_0 + (1 - \vec{n}\vec{\beta})(t' - t_0')$, где $t_0 = R_0/c$, R_0 – расстояние между точкой наблюдения и точкой в пределах внешнего поля, через которую частица проходит в момент $t' = t_0'$. В этом случае:

$$E_{\omega} = e\exp(i\omega R/c)(c^2R_0)^{-1}(\omega/\omega')^2\left[\vec{n}\left[(\vec{n} - \vec{\beta})\dot{\vec{\beta}}_{\omega'}\right]\right], \qquad (3)$$

где $\dot{\vec{\beta}}_{\omega'} = (1/2\pi)\int\limits_{-\infty}^{\infty} \dot{\vec{\beta}}(t')\exp(i\omega t')dt'$, $\omega' = \omega(1 - \vec{n}\vec{\beta})/1/$. Из уравнения движения частицы следует, что в рассматриваемом приближении $\dot{\vec{\beta}}_{\omega'} = e[\vec{\beta}\vec{H}_{\omega'}]/mc\gamma$, где $\vec{H}_{\omega'}$ – компонента Фурье внешнего поперечного магнитного поля $\vec{H}(R(t'))$. Рассмотрим два частных случая.

I. Найдем распределение магнитного поля, при прохождении через которое частица в направлении оси z испускает линейно-поляризованное вдоль оси x излучение, обладающее постоянной спектральной интенсивностью в интервале частот $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$ и нулевой интенсивностью вне этого интервала. Из выражения (3) следует, что величина $H_{\omega' x}$ в этом случае может быть представлена в виде

$$H_{\omega' x} = B_0\left[\varrho_1(\omega_1' - |\omega'|) - \varrho_2(\omega_2' - |\omega'|)\right]\exp(i\Phi(\omega)), \qquad (4)$$

где B_0 – постоянная, ограниченная условием дипольности излучения, Q_1, Q_2 – обобщенные функции Хевисайда, ω_1', ω_2' – граничные частоты в спектральном распределении магнитного поля, связанные с граничными частотами в спектре излучения соотношением $\omega_{1,2}' = \omega_{1,2}/2\gamma^2$.

Зададим фазовую характеристику в виде $\Phi(\omega) = a\sin(b\pi\omega'/\omega_2')$, где a, b – постоянные. Переходя к новым переменным $x = \pi\omega'/\omega_2'$, $\nu = \omega_2' z/\pi\beta c$ и учитывая (I), получим для пространственного распределения поля соотношение

$$H(\nu) = \frac{B_0\omega_2'}{\pi^2}\left[\int\limits_0^{\pi\omega_1/\omega_2} \cos(x\nu - a\sin bx)dx - \int\limits_0^{\pi} \cos(x\nu - a\sin bx)dx\right]. \tag{5}$$

При $b = 1$ интегралы в правой части выражения (5) представляют собой неполную и полную функции Ангера /2/.

На рис. Iа показано пространственное распределение магнитного поля при $\omega_1 = 0,8\omega_2$, $a = 2$, $b = 5$, а на рис. Iб его спектры в случаях, когда поле отлично от нуля только на определенных участках траектории частицы. Видно, что по мере уменьшения длины уменьшается крутизна спектральной линии в точках граничных частот. Магнитные поля вида (5) могут использоваться в лазерах на свободных электронах /3/.

2. В качестве другого примера рассмотрим формирование излучения, интенсивность которого на данной частоте, начиная с некоторой энергии частиц, не зависит от энергии. Необходимость в таком излучении возникает при разработке систем оптической индикации параметров пучков заряженных частиц /4,5/.

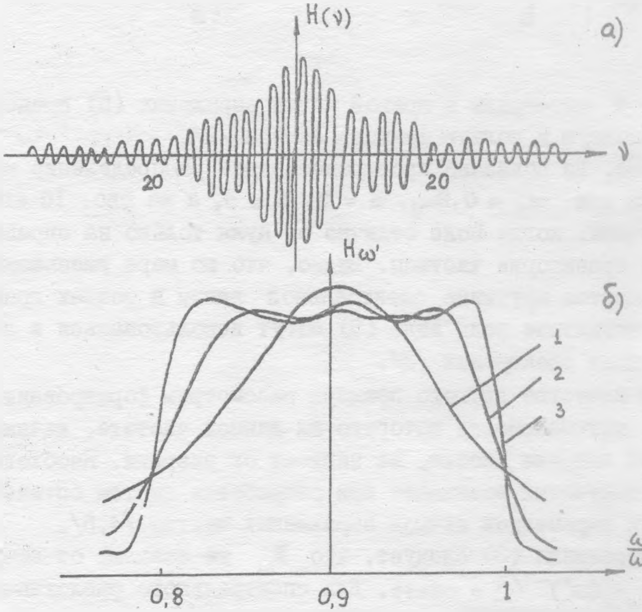
Из выражения (3) следует, что $\bar{E}_\omega$ не зависит от энергии, если $H_{\omega' x}(\omega')^{-1/2} = \mathrm{const}$. Для спектрального разложения магнитного поля получаем соотношение

$$H_{\omega' x} = B_0\sqrt{|\omega'|}\,Q(\omega_1' - |\omega'|)\exp(i\Phi(\omega)). \tag{6}$$

При фазовой характеристике $\Phi(\omega) = a\sin(\pi\omega'/\omega_1')$ магнитное поле будет описываться соотношением

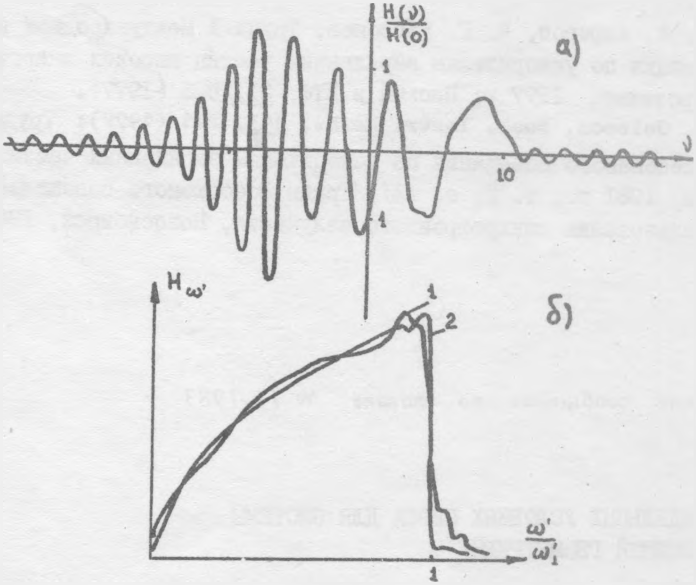
$$H(\nu) = \frac{B_0}{\pi}\left(\frac{\omega_1'}{\pi}\right)^{3/2}\int_0^{\pi}\sqrt{x}\cos(x\nu - a\sin x)dx. \qquad (7)$$

$H(\nu)$ является универсальной функцией переменной ν, связывающей граничную частоту ω_1' с характерным для данного поля продольным размером (квазипериодом), на котором проосходит изменение знака поля. Для увеличения граничной частоты спектра при одной и той же энергии частиц нужно уменьшать пространственный квазипериод магнитного поля.



Р и с. I. Пространственное распределение магнитного поля (а) и спектры излучения (б) при $\omega_1 = 0{,}8\omega_2$, $a = 2$, $b = 5$,

$|\nu| \leqslant 10$ (1), $|\nu| \leqslant 20$ (2), $|\nu| \leqslant 40$ (3)



Р и с. 2. Пространственное распределение магнитного поля (а) и спектры излучения (б) при $a = 10$, $|\nu| \leqslant 20$ (1), $|\nu| \leqslant 40$ (2)

При заданном поле, на данной частоте ω интенсивность излучения не зависит от энергии частиц при энергиях $\gamma \geqslant (\omega/2\omega_1')^{1/2}$. На рис. 2а показано распределение магнитного поля при $a = 10$, а на рис. 2б – спектры в случаях, когда поле отлично от нуля только на определенных участках траектории частицы.

Поступила в редакцию
27 декабря 1982 г.

Л и т е р а т у р а

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, "Наука", М., 1979 г.
2. Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш, Специальные функции, "Наука", М., 1977 г.
3. J. M. J. Madey, Nuovo Cim., 50B, N 1, 64 (1979).

4. Д. Ф. Алферов, Е. Г. Бессонов, Труды X Международной конференции по ускорителям заряженных частиц высоких энергий, Протвино, 1977 г; Письма в ЖТФ, 31, 828 (1977).
5. R. Coisson, Nucl. Instr. Meth., 143, 241 (1977); Труды УП Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1981 г., т. П, с. 141, Труды Всесоюзного совещания по использованию синхротронного излучения, Новосибирск, 1982 г.

Краткие сообщения по физике № 11 1983

О ПРЕДЕЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ ПИРСА ДЛЯ СИСТЕМЫ СО СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ

М. В. Кузелев, Г. В. Санадзе, А. Г. Шкварунец

УДК 531.9

Решена прикладная задача об определении предельных токов скомпенсированных электронных пучков сложной геометрии. Предельные токи рассчитаны для произвольных тонких пучков и для трубчатого пучка конечной толщины в цилиндрической трубе.

Различают два условия пирсовской неустойчивости электронного пучка в дрейфовом промежутке - необходимое и достаточное. Необходимое условие есть граница по току, выше которой в пучке возникают стационарные, то есть с нулевой фазовой скоростью, волны. Необходимое условие зависит только от поперечной геометрии. Достаточное условие определяется и длиной дрейфового промежутка. Если длина дрейфовой камеры существенно больше ее поперечных размеров, то достаточное условие практически не отличается от необходимого и имеет смысл говорить только о последнем /1/. Именно так и делается в настоящей работе.