Краткие сообщения по физике № 11 1983

О ПОТЕРЯХ ЧАСТИЦ ПРИ МНОГОКРАТНОМ ПРОХОЖДЕНИИ ПУЧКА ЧЕРЕЗ ТОНКУЮ МИШЕНЬ

В. Е. Пафомов, Ю. К. Хохлов

УДК 621.384.6

Убывание интенсивности пучка протонов циклотрона ИЯИ с энергией 480 кэВ при многократном прохождении через тонкую внутреннюю мишень вычисляется по методу Монте-Карло и в диффузионном приближении. При размере канала 2 см диффузионное приближение завышает потери более, чем в два раза.

Под многократным прохождением пучка частиц здесь подразумевается такой режим работы накопителя или изохронного циклотрона, при котором энергетические потери на тонкой внутренней мишени полностью компенсируются ускорением. В этом случае частицы пучка совершают колебания около замкнутой орбиты, энергия которой W на всех азимутах совпадает с энергией частиц пучка. Такая орбита называется равновесной орбитой многократного прохождения (РОМП). В отличие от обычной равновесной орбиты, энергия которой не зависит от азимута, энергия РОМП является кусочно-постоянной функцией азимута. Бетатронные колебания произвольной частицы пучка относительно РОМП описываются уравнениями вида

$$d^2x/d\vartheta^2 + g_x(\vartheta)x = 0, \quad d^2z/d\vartheta^2 + g_z(\vartheta)z = 0, \qquad (1)$$

в которых $g_{x,z}(\vartheta)$ – известные функции; x, z – нормальные отклонения частицы в горизонтальном и вертикальном направлениях; ϑ – обобщенный азимут /I/ такой, что $ds = K_0 d\vartheta$; s – длина пути вдоль РОМП; K_0 – средняя кривизна РОМП.

Расплывание пучка и потери частиц вызываются многократным кулоновским рассеянием на электронах атомных оболочек, флуктуациями энергетических потерь ΔW, отклонениями от изохронности и другими факторами. Здесь рассматривается только первая причина, поскольку в интересующих нас физических условиях она является преобладающей. Два дополнительных упрощения состоят в том, что начальный размер пучка принимается равным нулю и рассматривается расплывание пучка только в наиболее опасном вертикальном направлении.

Используется цилиндрическая система координат r, φ, z. Выходная плоскость мишени дается в этой системе уравнением $\varphi = \varphi_M$. Вводится фазовая плоскость z, z', соответствующая $\varphi = \varphi_M$. (Штрих означает производную по ϑ.) Каждое n-ое прохождение частицы через мишень изображается на плоскости z, z' точкой с координатами z_n, z_n'. Перейдем к нормализованным координатам, переобозначив

$$z_n \leftarrow z_n/\rho_z, \quad z_n' \leftarrow z_n'\rho_z - z_n\rho_z'. \tag{2}$$

Здесь ρ_z – значение модуля огибающей на азимуте φ_M; ρ_z' – аналогичное значение производной по ϑ. Изменение z_n, z_n' за один оборот дается формулой

$$z_{n+1} = z_n\cos\sigma + z_n'\sin\sigma,$$
$$z_{n+1}' = -z_n\sin\sigma + z_n'\cos\sigma + (1-2\lambda)z_n' + \rho_z R_0\Theta, \tag{3}$$

где $\sigma = 2\pi Q_z$; Q_z – бетатронная частота; $\lambda = \Delta p/2p$ – декремент затухания бетатронных колебаний, связанный с торможением в мишени трением; $\Delta p/p = \Delta W/2W$; $\Delta W > 0$ – модуль изменения энергии частицы на мишени; $R_0 = K_0^{-1}$; Θ – угол рассеяния в вертикальной плоскости, для которого примем гауссов закон распределения

$$f(\Theta) = (2\pi\langle\Theta^2\rangle)^{-1/2}\exp\left[-\Theta^2/2\langle\Theta^2\rangle\right]. \tag{4}$$

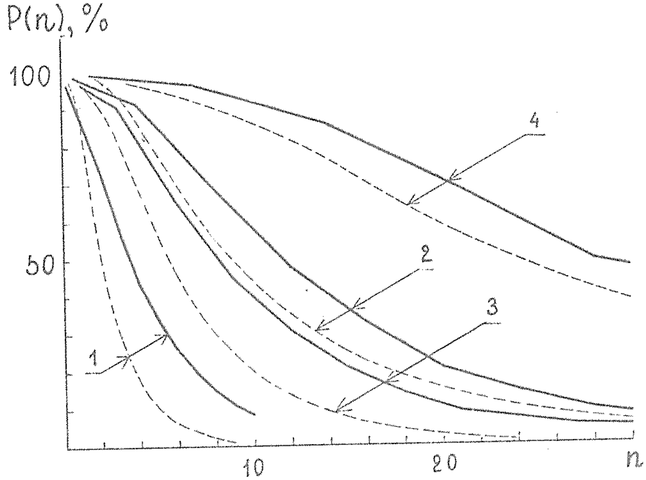
Величина $\langle\theta^2\rangle$ вычисляется по формуле /2/

$$\langle\theta^2\rangle = (21Z_1/2W)^2 X/2X_0, \qquad (5)$$

в которой Z_1 – заряд частицы, деленный на e; X – толщина мишени; X_0 – радиационная длина вещества мишени.

Область допустимых z ограничена прямыми $z = \pm L/2\rho_z$, где L – вертикальный размер канала в месте нахождения мишени; подразумевается, что в других местах размер канала существенно больше.

Метод Монте-Карло. Траектория каждой из N частиц пучка прослеживается численно с помощью рекуррентной формулы (3) от рождения в точке $z = 0$, $z' = 0$ до выхода из области допустимых z. На каждом шаге от n к $n+1$ отклонение θ генерируется как случайное число, подчиняющееся распределению (4).



Р и с. I. P(n) – процент частиц, уцелевших к n-му обороту, сплошные линии – расчет по Монте-Карло, штриховые линии – диффузионное приближение. 1 – X = 80 мкг/см^2 (ΔW = 19 кэВ), L = = 2 см; 2 – то же при L = 4 см; 3 – X = 30 мкг/см^2 (ΔW = = 7,I25 кэВ), L = 2 см; 4 – то же при L = 4 см

Из полученных данных извлекается функция $P(n)$ – процент частиц, уцелевших к n-му обороту.

Значения параметров задачи берутся применительно к изохронному циклотрону ИЯИ /3/: $Z_1 = 1$, $W = 480$ кэВ, $\rho_z = 1{,}118$, $R_0 = 25$ см, $Q_z = 0{,}7$, $X_0(Al_2O_3) = 40$ г/см^2. Результаты вычислений изображены на рис. I сплошными линиями.

Диффузионное приближение. Вводится функция распределения $w(n, z, z')$, удовлетворяющая уравнению диффузии

$$\frac{\partial w}{\partial n} = \left[\frac{a^2}{2}\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial z'^2}\right) + \lambda\left(\frac{\partial}{\partial z} z + \frac{\partial}{\partial z'} z'\right)\right] w,$$

$$a^2 = \rho_z^2 R_0^2 \langle\theta^2\rangle/2$$

и начальному условию $w(0, z, z') = \delta(z)\delta(z')$. Делаются два упрощения: граница в виде окружности радиуса $L/2$ заменяется квадратом со стороной L, и точный учет затухания заменяется приближенным по методу эффективного числа оборотов /4/. После этого задача допускает несложное аналитическое решение. В итоге для $P(n)$ получается результат в виде

$$P(n) = 100\left\{\sum_{k=0}^{\infty}\left[\frac{e^{-\alpha(4k+1)^2\nu}}{4k+1} - \frac{e^{-\alpha(4k+3)^2\nu}}{4k+3}\right]\right\}^2,$$

$$\nu \equiv \nu(n) = (1 - e^{-2\lambda n})/2\lambda, \quad \alpha = (\pi\rho_z^2 R_0/2L)^2\langle\theta^2\rangle.$$

Сравнение результатов точного (Монте-Карло) и приближенного (диффузионного) расчетов показывает, что диффузионное приближение значительно завышает потери частиц. В худшем случае (кривая I на рис. I), ошибка диффузионного приближения превосходит I00% (при круглой границе расхождение с точным расчетом было бы еще больше). При увеличении L или уменьшении X точность диффузионного приближения, как это и должно быть, постепенно возрастает. Затухание во всех случаях оказывается малым эффектом.

Поступила в редакцию
I4 апреля I983 г.

Литература

1. А. А. Коломенский, А. Н. Лебедев, Теория циклических ускорителей, Физматгиз, М., 1962 г.
2. Б. Росси, Частицы больших энергий, Гостехиздат, М., 1955 г.
3. В. А. Гладышев и др., Атомная энергия, 19, № 5, 442 (1965).
4. Б. К. Хохлов, Препринт ИЯИ АН СССР П-0007, 1975 г.

Институт ядерных исследований АН СССР.