

О РОЛИ ФАЗЫ БЛАШКЕ ПРИ ВОССТАНОВЛЕНИИ
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАДИОЯРКОСТИ

А. А. Гальченко, И. Ф. Малов, Л. Ф. Могильницкая,
В. А. Фролов

УДК 530.874

На основе модельных расчетов показано, что зависимость фазы Блашке от частоты не влияет на качество восстанавливаемых профилей.

В настоящее время считается (см., например, /1/), что неучет комплексных нулей у фурье-спектра приводит к сильным искажениям в минимально-фазовых профилях, получаемых по измеренному модулю фурье-спектра с помощью преобразований Гильберта. Ниже приводятся первые результаты исследования этого вопроса, полученные на основе модельных расчетов.

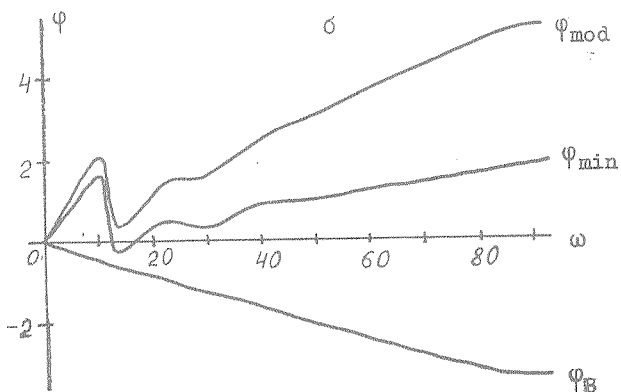
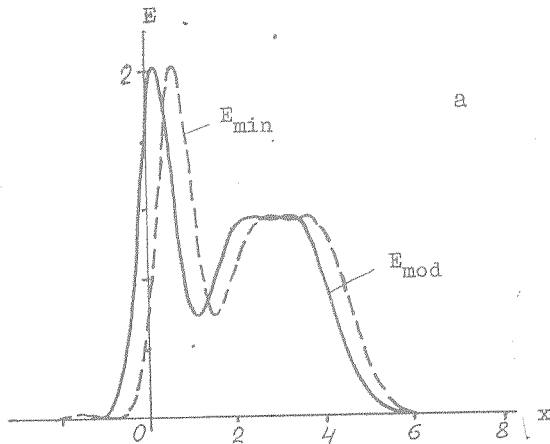
Преобразование Гильберта

$$\varphi_{\min}(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ln \Gamma(\omega') d\omega'}{\omega' - \omega} \quad (1)$$

дает возможность получить минимально-фазовое распределение яркости, если известен модуль $\Gamma(\omega)$ пространственного фурье-спектра (который в радиоастрономии, например, измеряется на интерферометрах с различными базами) /2/. Влияние комплексных нулей фурье-спектра можно учесть, добавив к $\varphi_{\min}(\omega)$ фазу Блашке

$$\varphi_B^*(\omega) = \sum_j \arg \frac{\omega_r - \omega_j}{\omega_r - \omega_j^*}, \quad (2)$$

где ω_j^* - положение нулей в верхней части комплексной плоскости ($\omega_j > 0$).



Р и с. 1. а) Модельный (сплошная кривая) и минимально фазовый (пунктир) профили для $E_{\text{mod}}(x) = 2e^{-0,3(x-0,2)^2} + e^{-(x-2)^2} + e^{-(x-3,5)^2}$; б) Зависимости φ_{mod} , φ_{min} и φ_{B} от частоты.

Аналогичный смысл имеют кривые на рис. 2 и 3

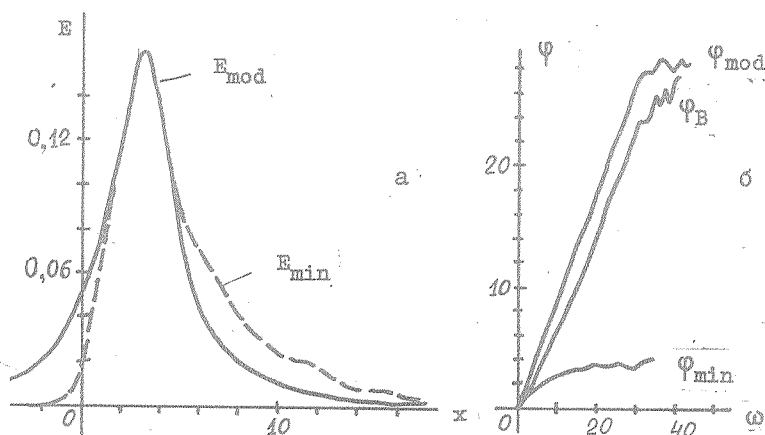
При проведении модельных расчетов задается профиль интенсивности источника (здесь и далее идет речь об одномерном или

стрип-распределении яркости по источнику) $E_{\text{mod}}(x)$, для которого может быть вычислен фурье-спектр $G_{\text{mod}}(\omega)$, т.е. получены $\Gamma_{\text{mod}}(\omega)$ и $\varphi_{\text{mod}}(\omega)$. Далее с помощью формулы (I) по $\Gamma_{\text{mod}}(\omega)$ вычисляется $\varphi_{\text{min}}(\omega)$. В результате можно, во-первых, получить $E_{\text{min}}(\omega)$; во-вторых, найти /3/

$$\varphi_B(\omega) = K_0 + K_1\omega + \varphi_B^*(\omega) = \varphi_{\text{mod}}(\omega) - \varphi_{\text{min}}(\omega), \quad (3)$$

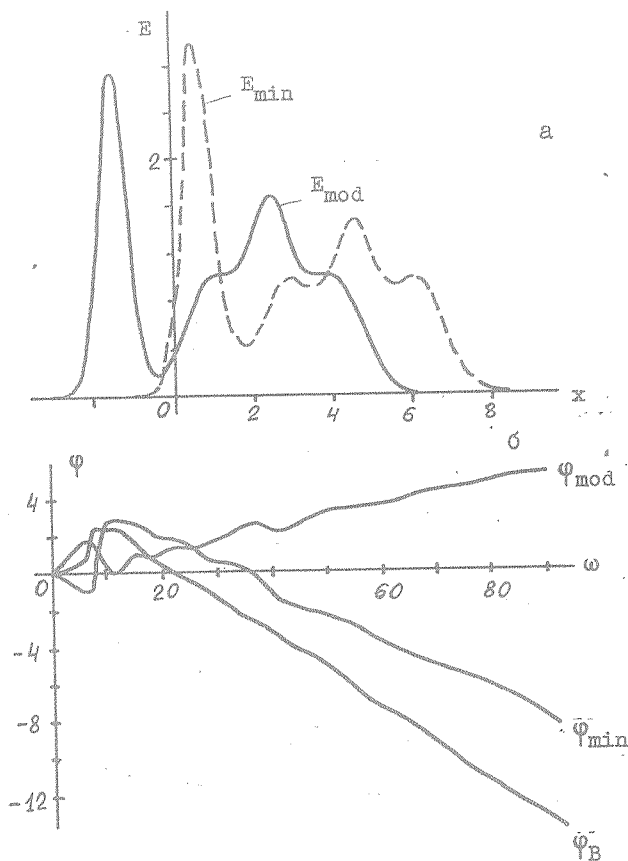
где K_0 и K_1 - произвольные постоянные.

Один из примеров подобных вычислений приведен на рис. I для $E(x) = 2e^{-0,3(x-0,2)^2} + e^{-(x-2)^2} + e^{-(x-3,5)^2}$. Из этого рисунка видно, что φ_B меняется по закону, близкому к линейному. В соответствии с теоремой о сдвиге такое поведение $\varphi_B(\omega)$ означает, что минимально-фазовое распределение будет близко к модельному, но его положение смещено относительно модельного вдоль оси X. Аналогичное поведение $\varphi_B(\omega)$ наблюдается и для ряда других моделей. Следовательно, в рассмотренных случаях комплексные нули у функции $G(\omega)$ либо отсутствуют, либо слабо влияют на основные информационные характеристики восстанавливаемых профилей.



Р и с. 2. $E_{\text{mod}}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{2}{(x-3)^2 + 2^2}$

Этот вывод расходится с утверждением работы /1/ о существенном искажении восстанавливаемого распределения без учета комплексных нулей. Минимально-фазовый метод дает хорошие результаты и при работе с некоторыми реальными источниками космического радиополучения (например, P 0349-27 /2/).



Р и с. 3.
$$E_{\text{mod}}(x) = 2,8e^{-0,3(x+1,5)^2} + e^{-(x-1)^2} + 1,5e^{-0,6(x-2,5)^2} + e^{-(x-4)^2}$$

Дальнейшие исследования (рис. 2 и 3) привели к еще более удивительному выводу: вид фазы Бласске, по-видимому, не влияет на качество восстанавливаемых профилей. Действительно, для лоренцова профиля $E(x) = \frac{1}{\pi} \frac{2}{(x-3)^2 + 2^2}$ (рис. 2) $\varphi_B(\omega)$

является линейной функцией ω , и, казалось бы, восстановленный профиль должен быть близким к модельному. Однако на практике наблюдаются заметные искажения. И наоборот, для $E(x) = 2,8e^{-0,3(x+1,5)^2} + e^{-(x-1)^2} + 1,5e^{-0,6(x-2,5)^2} + e^{-(x-4)^2}$ (рис. 3) $\varphi_B(\omega)$ ведет себя существенно нелинейно, а восстановленный профиль очень близок к модельному. Создается впечатление, что рассматриваемый аппарат реагирует на крутизну передних фронтов в профилях (чем круче передний фронт, тем лучше восстановление). Окончательный вывод однако можно сделать только после более многочисленных и более детальных исследований.

Поступила в редакцию
21 августа 1981 г.

Л и т е р а т у р а

1. N. M. Nussenzweig, J. of Math. Phys., 8, 561 (1967).
2. И. Г. Косарев, И. Ф. Малов, В. А. Фролов, Препринт ФИАН № 90, 1980 г.
3. R. H. T. Bates, M. N. R. A. S., 142, 413 (1969).