

СОБСТВЕННЫЕ МОДЫ БМЗ ВОЛНЫ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ

Л. М. Коврижных, П. Е. Мороз

УДК 533.951

В области ионных циклотронных частот на основе модели холодной бесстолкновительной плазмы исследуется спектр собственных мод БМЗ волны в металлическом волноводе, заполненном плазмой с неоднородным профилем плотности, помещенной в аксиальное магнитное поле.

Введение. В последние годы достигнут значительный прогресс в ВЧ-нагреве плазмы при возбуждении БМЗ волны в области ионных циклотронных частот (см., например, /1/). В условиях относительно слабого затухания может реализоваться одномодовый режим /2/. При этом большое значение для нагрева имеет выбор конкретной моды и умение создать условия для распространения этой моды /3/. В настоящей работе исследуются условия распространения различных собственных мод БМЗ волны в замагниченной плазме с кусочно-однородным и неоднородным профилем плотности и определяется структура полей этих мод. Численные расчеты проводятся для параметров, соответствующих экспериментам на стеллараторе Л-2 /4/. Делаются выводы об эффективности различных мод для нагрева ионов.

Кусочно-однородный профиль плотности. Будем описывать плазму "холодной" тензором диэлектрической проницаемости (см., например, /5/):

$$\epsilon_{ij} = \begin{vmatrix} \epsilon_1 & i\epsilon_2 & 0 \\ -i\epsilon_2 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{vmatrix}.$$

Зависимость волновых полей от времени и координат φ и z примем в виде $\sim \exp(-i\omega t + i m \varphi + i k_{||} z)$. Используем цилиндрическую систему координат r, φ, z с осью z , направленной вдоль внешнего магнитного поля \vec{B}_0 .

Рассмотрим плазму со ступенчатым профилем плотности:

$$n(r) = \begin{cases} n_0, & 0 < r \leq \rho, \\ n_1, & \rho < r \leq a. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь a - радиус волновода. Из уравнений Максвелла, считая выполненными условия /6/

$$|\varepsilon_z| \gg |n_1^2|, |n_{||} n_{||}| \quad (2)$$

(см. далее (4), (5)), можно выразить все компоненты волнового поля через V_z . В свою очередь, V_z в области с постоянной плотностью плазмы удовлетворяет уравнению Бесселя

$$x^2 V_z'' + x V_z' + (n_1^2 x^2 - m^2) V_z = 0, \quad (3)$$

где $n_{||}$ - поперечный показатель преломления БМЗ волны

$$n_{||}^2 = \varepsilon - \varepsilon_2^2 / \varepsilon. \quad (4)$$

Здесь использованы обозначения:

$$x = k_0 r, \quad k_0 = \omega / c, \quad \varepsilon = \varepsilon_1 - n_{||}^2, \quad n_{||} = k_{||} / k_0. \quad (5)$$

Штрих обозначает дифференцирование по безразмерному радиусу x , c - скорость света в вакууме.

Будем считать, что плотность центральной плазмы велика и БМЗ волна может распространяться, т.е. $n_1^2 > 0$, а для периферийной плазмы - наоборот $n_1^2 < 0$. Введем обозначения:

$$\begin{aligned} n_{10}^2 &\equiv n_1^2 > 0, & 0 < r \leq \rho, \\ n_{11}^2 &\equiv -n_1^2 > 0, & \rho < r \leq a. \end{aligned} \quad (6)$$

Сшивая E_z при $r = \rho$ и учитывая, что $E_\varphi = 0$ на поверхности волновода, получим следующую радиальную зависимость для E_z :

$$E_z = E_z(0) \begin{cases} J_m(n_{10}x) & , 0 \leq x \leq x_0, \\ \frac{J_m(n_{10}x_0)}{G_m(n_{11}x_0)} G_m(n_{11}x) & , x_0 < x \leq x_1. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь:

$$\begin{aligned} x_0 &= k_0 \rho, \quad x_1 = k_0 a, \\ G_m(n_{11}x) &= \bar{\Phi}_m(n_{11}x) + \gamma_1 \Psi_m(n_{11}x), \\ \bar{\Phi}_m(n_{11}x) &= I_m(n_{11}x) K'_m(n_{11}x_1) - K_m(n_{11}x) I'_m(n_{11}x_1), \\ \Psi_m(n_{11}x) &= I_m(n_{11}x) K_m(n_{11}x_1) - K_m(n_{11}x) I_m(n_{11}x_1), \end{aligned} \quad (8)$$

$\gamma_1 = m\epsilon_2/n_{11}x_1\epsilon$ соответствует периферийной плазме. Для функций Бесселя применены стандартные обозначения (см., например, /7/), а штрих обозначает дифференцирование по аргументу.

Сшивая E_φ при $r = \rho$, получаем условие существования различных собственных мод БМВ волны:

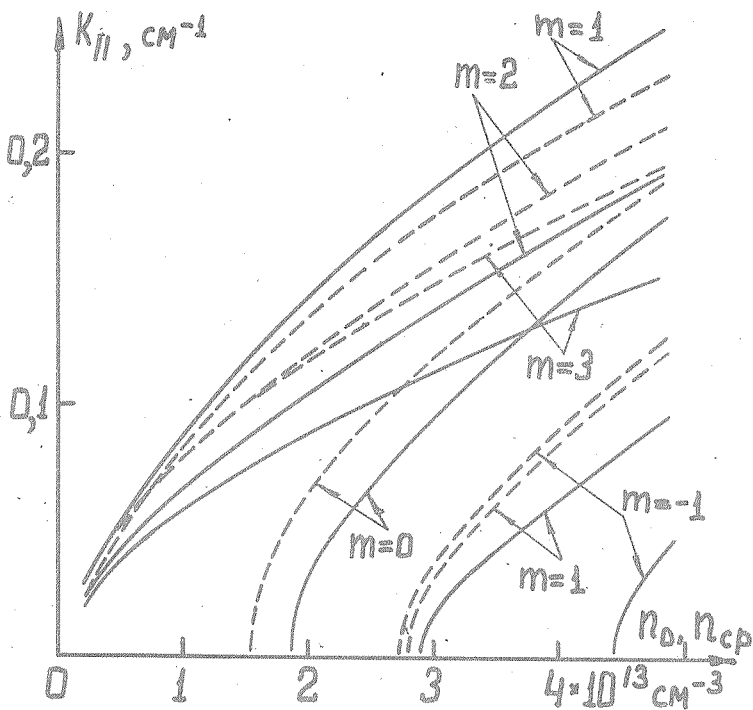
$$\frac{1}{n_{10}x_0} \left[\frac{J'_m(n_{10}x_0)}{J_m(n_{10}x_0)} + \gamma_0 \right] = \frac{1}{n_{11}x_0} \left[\frac{G'_m(n_{11}x_0)}{G_m(n_{11}x_0)} + \gamma_1 \right]. \quad (9)$$

Величина $\gamma_0 = m\epsilon_2/n_{10}x_0\epsilon$ аналогична γ_1 , но соответствует центральной плазме с плотностью n_0 .

На рис. 1 пунктиром показаны полученные из решения уравнения (9) зависимости $k_{||}$ от n_0 для нескольких первых мод при следующих параметрах, соответствующих экспериментам на Л-2 /4/ с дейтерием:

$$\begin{aligned} \rho &= 11,5 \text{ см}, & \omega &= 2\Omega_D, \\ a &= 17,5 \text{ см}, & n_1 &= 2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}. \end{aligned} \quad (10)$$

Видно, что моды $m = 1, 2$ и т.д. при низшем радиальном числе $\nu = 1$ практически не имеют отсечки по плотности. Для всех остальных мод имеется плотность отсечки, причем с увеличением $|m|$ и ν она увеличивается.



Р и с. I. Спектр собственных мод БМЭ волны. Пунктир - зависимость $k_{||}$ от n_0 для ступенчатого профиля плотности, сплошные линии - зависимость $k_{||}$ от n_{cp} для параболического профиля плотности, Дейтерий, $\omega = 2\Omega_D$

В области центральной плазмы для модуля левополяризованной составляющей электрического поля

$$E_+ = E_T + iE_\phi \tag{II}$$

важной для анализа эффективности ионного нагрева /6/, получается простое выражение

$$|E_+| = \left| \frac{n_{\perp} B_z(0)}{\epsilon_1 + \epsilon_2} J_{m+1}(n_{\perp} x) \right| \tag{I2}$$

которое показывает, что для нагрева ионов наиболее эффективны моды с малым полюидальным числом ($m + 1 < 2$). Моды $m = -1$ отличаются от остальных тем, что имеют отличное от нуля значение E_z на оси, что также важно для нагрева.

Неоднородный профиль плотности. Получить аналитическое решение для полей в этом случае оказывается затруднительным, а для численного счета можно использовать произвольный профиль плотности. Для примера рассмотрим параболическое изменение плотности

$$n(r) = \begin{cases} n_0 [1 - (r/\rho)^2], & 0 < r \leq r_1, \\ n_1, & r_1 < r \leq a, \end{cases} \quad (13)$$

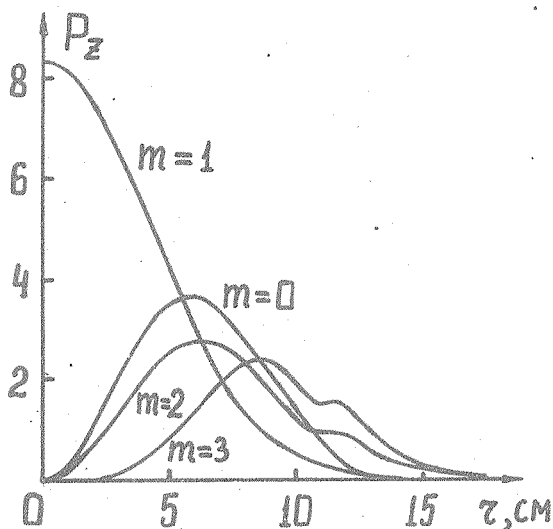
где $n_1 < n_0$, $r_1 = \rho \sqrt{1 - n_1/n_0}$. В малой окрестности точки $r = r_1$ плотность аппроксимировалась окружностью радиуса $0,05r_1$ так, чтобы производная dn/dr была непрерывной.

В тех же предположениях, что и в предыдущем разделе, выразим все компоненты волнового поля через E_φ , которая удовлетворяет простому граничному условию на поверхности волновода $E_\varphi(a) = 0$. Вторым граничным условием является ограниченность E_φ при $r \rightarrow 0$. В свою очередь, для E_φ имеем уравнение:

$$\begin{aligned} x^2 E_\varphi'' + x E_\varphi' \left[1 - \frac{m^2}{\epsilon x^2 - m^2} \left(2 + \frac{x \epsilon_1'}{\epsilon} \right) \right] + E_\varphi \left[n_1^2 x^2 - (m^2 + 1) + \right. \\ \left. + m \frac{\epsilon_2 x^2 - m}{\epsilon x^2 - m^2} \left(2 + \frac{x \epsilon_1'}{\epsilon} \right) - \frac{m x \epsilon_2'}{\epsilon} \right] = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Как и раньше, штрих обозначает дифференцирование по x . Аналогичное уравнение для V_z -компоненты дано в работе /8/. Уравнение (14) решалось численно для параметров (10). На рис. 1 сплошными линиями показаны полученные зависимости $k_{||}$ от средней линейной плотности

$$n_{\text{ср}} = \frac{1}{r_1} \int_0^{r_1} n(r) dr = \frac{1}{3} (2n_0 + n_1). \quad (15)$$



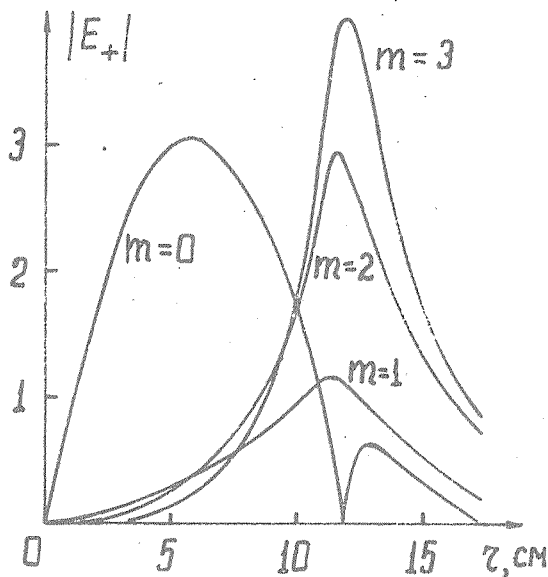
Р и с. 2. Радиальная зависимость продольной компоненты вектора Пойнтинга. Дейтерий, $\omega = 2\Omega_D$, $n_{cp} = 2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$

Из сравнения графиков на рис. 1 видно, что моделирование реального профиля плотности ступенькой со средней линейной плотностью дает удовлетворительные результаты относительно спектра мод. Такое соответствие несколько ухудшается для мод, имеющих значительную амплитуду полей около границы плазмы (особенно $m = 3$ и $m = -1$ при $\nu = 1$).

Для пояснения характера волновых полей для плазмы с плотностью $n_{cp} = 2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ покажем радиальные зависимости (при нормированном полном потоке мощности) продольной компоненты вектора Пойнтинга (рис. 2)

$$P_z = \frac{c}{8\pi} [\vec{E}_\perp \times \vec{B}_\perp^*] \hat{I}_z \quad (16)$$

и модуля левополяризованной составляющей электрического поля (II) (рис. 3).



Р и с. 3. Радиальная зависимость левополяризованной составляющей электрического поля волны в условиях рис. 2

Из приведенных рисунков ясно виден поверхностный характер полей для мод $m = 2, 3$ и т.д. при $\nu = 1$. Судя по рис. 2, можно было бы сделать вывод о важности моды $m = 1$, $\nu = 1$, имеющей максимальный поток мощности в центре плазмы, однако рис. 3 показывает, что она все же мало пригодна для нагрева из-за поверхностного характера E_+ . В условиях Л-2 наиболее эффективной для нагрева ионов представляется мода $m = 0$, $\nu = 1$.

В заключение заметим, что приведенные результаты не учитывают возможное существование в плазме ион-ионного гибридного слоя (при ВЧ нагреве многокомпонентной плазмы), который в условиях "большой добавки" (например, добавки водорода к дейтериевой плазме) /9/

$$\frac{n_H}{n_D} > \frac{k_{\parallel} V_H}{\Omega_H} \left(\frac{4}{3} + \frac{k_{\perp}^2 c^2}{\omega_{pD}^2} \right) \quad (17)$$

может существенно исказить структуру полей /IO/. Здесь n_H , n_D - концентрации ионов водорода и дейтерия, V_H - тепловая скорость ионов водорода, ω_{pD} - плазменная частота для дейтерия.

Поступила в редакцию
8 декабря 1981 г.

Л и т е р а т у р а

1. E. Canobbio, Nucl. Fus., 21, 115 (1981).
2. A. Longinov et al., Proc. 7-th Int. Conf. on Plasma Physics and CNFR, Innsbruck, 1978, v. II, p. 583.
3. J. Hosea, Proc. 3 rd Symp. on Plasma Heating in Tor. Dev., Varenna, 1976, p. 55.
4. V. Batjuk et al., Proc. 10-th Eur. Conf. on Contr. Fus. and Plasma Physics, Moscow, 1981, v. II, p. 137.
5. А. И. Ахиезер и др., Электродинамика плазмы, "Наука", М., 1974 г., с. 191.
6. T. Stix, Nucl. Fus., 15, 737 (1975).
7. Справочник по специальным функциям под ред. М. Абрамовица и И. Стигана, "Наука", М., 1979 г.
8. Д. Л. Греков и др., Физика плазмы, 7, 752 (1981).
9. J. Jaquinot, Proc. Joint Int. Symp. on Heat. in Tor. Plasmas, Grenoble, 1978, v. 1, p. 127.
10. H. Takahashi, Report PPPL-1374, Princeton, 1977.