Краткие сообщения по физике № 5 1982

СТРУКТУРА ПОЛЕЙ ПРИ НЕЛИНЕЙНОМ НАСЫЩЕНИИ ВРМБ В ПЛАЗМЕ

В. П. Силин, В. Т. Тихончук

УДК 533.9

Рассмотрено ВРМБ интенсивного излучения в слое разреженной плазмы при учете акустической нелинейности. При помощи предложенной в работе /I/ аппроксимации гармонической пондеромоторной силы пилообразной функцией получена детальная качественная картина распределения электромагнитного и звукового полей в плазме.

В работах /2,3/ был выявлен эффект сильного подавления вынужденного рассеяния Мандельштама - Бриллюэна (ВРМБ) в разреженной плазме за счет нелинейности звукового поля. Структура полей в плазме подробно была изучена в условиях слабой звуковой нелинейности, когда можно ограничиться учетом первых двух гармоник звука. В условиях развитой звуковой нелинейности в работе /3/ были получены предельные формулы для полей как в непосредственной окрестности границы плазмы, так и достаточно далеко от границы. Ниже мы приведем результаты детального исследования структуры полей во всем слое плазмы, что оказалось возможным сделать с помощью предложенной в /I/ простой аппроксимации пондеромоторной силы.

В работе /I/ при построении нелинейной теории ВРМБ от полупространства было показано, что для выяснения качественных особенностей процесса генерации звука интенсивной волной накачки полезно аппроксимировать пондеромоторную силу в уравнении нелинейной акустики, изменяющуюся по синусоидальному закону, пилообразной функцией. При этом форма звукового возмущения оказывается независящей от амплитуды вынужденной силы, что существенно упрощает рассмотрение. В настоящей заметке мы используем предложенную авторами /I/ аппроксимацию для нахождения качественной структуры электромагнитного и звукового полей при ВРМБ в слое плазмы толщиной l.

Исходные уравнения для амплитуд падающей $e_0(x) = E_0(x)/\sqrt{8\pi n_c \varkappa T}$ и рассеянной назад $e_1(x) = E_1(x)/\sqrt{8\pi n_c \varkappa T}$ электромагнитных волн и возмущения плотности плазмы $\delta n/n_0 = \nu(x,a) \ll 1$ приведены в работах /I,3/

$$de_0/dx = -(1/2)\alpha k \nu_1 e_1, \quad de_1/dx = -(1/2)\alpha k \nu_1^* e_0, \qquad (I)$$

$$\partial\nu(x,a)/\partial x = -\nu\partial\nu/\partial a + k|e_0 e_1^*|\sin(2ka + \Phi),$$
$$\nu_1(x) = i(k/\pi)\int_{a_1}^{a_1+\pi/k} da\,\nu(x,a)\exp(-2ika). \qquad (2)$$

Здесь пренебрежено эффектами затухания и дисперсии звука, $x\in(0,l)$ описывает медленное изменение амплитуд, а переменная $a = x - v_s t$ – быстрое изменение звукового волнового поля в системе координат, движущейся со скоростью звука v_s, $k = (\omega_0/c)\times$ $\times(1 - n_0/n_c)^{1/2}$ – волновой вектор волны накачки в плазме, n_0 – плотность плазмы, n_c – критическая плотность, T – температура, $\alpha = (n_c/n_0 - 1)^{-1}$, Φ – относительная фаза падающей и рассеянной волн. Мы рассмотрим далее случай разреженной плазмы $\alpha \ll 1$, где влияние акустической нелинейности наиболее сильное. Граничные условия к системе (I), (2) сводятся к равенству нулю амплитуд входящих в слой звуковой и рассеянной волн $\nu(0,a) = 0$, $e_1(l) = 0$ и к заданию амплитуды падающей волны на левой границе слоя $e_0(0) = I^{1/2}$, где $I = E_0^2(0)/8\pi n_c \varkappa T \ll 1$ – безразмерная интенсивность волны накачки, Кроме того, нас будут интересовать только периодические с периодом вынуждающей силы π/k решения уравнения (2).

Система (I), (2), дополненная учетом вязкого затухания звука, была использована в /I/ при построении теории ВРМБ света от полупространства, когда коэффициент отражения R равен 100%. Мы здесь исследуем структуру акустического и электромагнитного полей при ВРМБ в слое, когда коэффициент отражения $R \ll 1$, что представляется весьма важным с точки зрения лазерного термоядерного синтеза. Следуя /I/, заменим в уравнении (2) $\sin\Theta$ ($\Theta = 2ka + \Phi$) пилообразной функцией $\psi(\Theta) = 2\mu(\Theta/\pi - 2n)$, $(2n - 1)\pi < \Theta < (2n + 1)\pi$, где n – любой целое число, а $\mu \sim 1$ – численный параметр, который будет определен позднее. Такая аппроксимация адекватна именно в условиях развитой акустической нелинейности, когда форма звуковой волны, согласно /I,3/, близка к пилообразной почти во всем слое. Такая ситуация реализуется при достаточно интенсивной накачке $p \equiv \pi^{-1} kl\sqrt{\alpha I} \gg 1$, когда $R > \alpha$ /2,3/.

Как показано в /I/, замена $\sin\Theta \to \psi(\Theta)$ открывает возможность разделения переменных $\vartheta(x, a) = \sqrt{2I} g(y)\psi(\Theta)$, где $y = kx\sqrt{I/2}$, в уравнении (2), в результате чего система (I), (2) сводится к паре обыкновенных дифференциальных уравнений для функций $g(y)$ и $r(y) = |e_0 e_1^*|/I$:

$$dg/dy = -(8\mu/\pi)g^2 + r, \quad dr/dy = -(2\mu/3)\alpha g\left[(1 - R^2)^2 + 4r^2\right]^{1/2} \tag{3}$$

с граничными условиями

$$g(0) = 0, \ r(0) = R, \ r(y_{max}) = 0, \ y_{max} = kl\sqrt{I/2} = \pi p/\sqrt{2\alpha}, \tag{4}$$

где $R = |e_1(0)/e_0(0)|$ – коэффициент отражения, который находится из решения системы (3), (4).

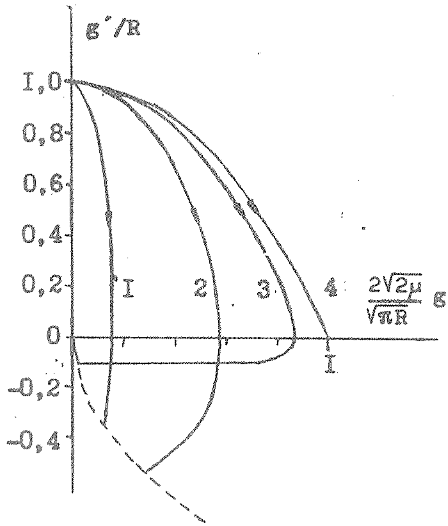
В интересующихся нас условиях $R \ll 1$ первый интеграл системы (3) с учетом первых двух условий (4) имеет вид

$$8\frac{\mu}{\pi}g^2 = R - g' - \frac{\pi\alpha}{24}\ln\frac{R + \pi\alpha/24}{g' + \pi\alpha/24}. \tag{5}$$

На фазовой плоскости (g', g) это уравнение определяет семейство интегральных кривых, зависящих от параметра $\lambda = \pi\alpha/24R$ (см. рис. I). Все кривые исходят из точки $g = 0$, $g' = R$, соотвествующей $y = 0$, и заканчивается при $y = y_{max}$ на линии

$$g' + (8\mu/\pi)g^2 = 0, \tag{6}$$

соответствующей $r = 0$.



Р и с. I. Интегральные кривые уравнения (5) для значений параметра $\lambda = \pi\alpha/24R$ 25 (I); I (2); 0,I (3), 0 (4). Пунктиром проведена граничная кривая (6), соответствующая $r = 0$

Уравнение (5) дает интегральную связь координаты y со значением производной $g'(y)$: $y = \int_R^{g'} dg' g'^{-1} dg/dg'$. Отсюда получаем следующую связь коэффициента отражения с амплитудой волны накачки

$$p = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{3\lambda}{2\mu}} \int_0^1 dz \left[1 - z + \lambda - (1 + \lambda)\exp\left(-\frac{z}{\lambda}\right)\right]^{-1/2}. \qquad (7)$$

Здесь $\lambda = \pi\alpha/24R$, $p = \pi^{-1} kl\sqrt{\alpha I}$. В области $\lambda \ll 1$, соответствующей сильнолинейному режиму, $p \gg 1$ и следующая из (7) зависимость $R = (\pi^3/144)\mu\alpha p^2$ совпадает с полученной в /3/ из уравнений (I), (2) зависимостью $R = (2/9)\alpha p^2$ при $\mu = 32/\pi^3 \approx$ $\approx 1{,}03$.

Амплитуда уходящей звуковой волны $g(y_{max})$ определяется точкой пересечения кривых (5) и (6)

$$g(y_{max}) = \frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{\alpha}{6}}\left[1 - \left(1 + \frac{24R}{\pi\alpha}\right)\exp\left(-\frac{24R}{\pi\alpha}\right)\right]^{1/2} \qquad (8)$$

и монотонно возрастает с увеличением R. При $R \ll \alpha$ из (8) следует $g(y_{max}) \approx R\sqrt{3/2\mu\alpha}$. При $R \gg \alpha$ ($p \gg 1$) $g(y_{max}) \approx (\pi/4)\sqrt{\alpha/6}$ оказывается значительно меньше максимального значения и зависит только от плотности плазмы.

Поскольку $g'(y_{max}) < 0$, все интегральные кривые заканчиваются в нижней полуплоскости и следовательно, максимальное значение амплитуды звука

$$g_{max} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi R}{2\mu}}\left[1 - \frac{\pi\alpha}{24R}\ln\left(1 + \frac{24R}{\pi\alpha}\right)\right]^{1/2} \qquad (9)$$

достигается всегда в точке, лежащей внутри слоя. С точностью до численных коэффициентов, значения (9) в предельных случаях $R \ll \alpha$ ($g_{max} \approx g(y_{max})$) и $R \gg \alpha$ ($g_{max} \approx \sqrt{\pi R/8\mu}$) отвечают результатам работ /2,3/.

Для положения точки x_1, в которой достигается максимальная амплитуда звука, из (5), (6) имеем

$$\frac{x_1}{l} = \frac{\sqrt{3\pi\lambda}}{8p}\int_0^{z_1} dz\left[1 - z + \lambda - (1+\lambda)\exp\left(-\frac{z}{\lambda}\right)\right]^{-1/2},$$

$$z_1 = \lambda\ln\frac{1+\lambda}{\lambda}.$$

Отсюда следует, что точка x_1 с ростом p смещается от правой границы к левой. При $p \gg 1$ ($\lambda \ll 1$) точка x_1 оказывается прижатой к левой границе слоя: $x_1/l \approx (\lambda/2)\ln(4/\lambda) = (3\pi/32p^2)\ln(64p^2/3\pi) \ll \ll 1$. В области $0 < x < x_1$ амплитуда звука нарастает по закону $g(y) \approx (\pi/4)^2\sqrt{R}\,\mathrm{th}\left[\sqrt{R}y(\pi/4)^2\right]$, который отличается от /I/ наличием $R \ll 1$, а в области $x_1 < x < l$ линейно спадает до значения (8)

$$g(y) \approx (\pi/4)\sqrt{\alpha/6} + (\pi^2 p\sqrt{\alpha}/24\sqrt{2})(1 - x/l).$$

Амплитуда рассеянной волны r, согласно (3), (5), связана с g соотношением

$$r = R - \frac{\pi\alpha}{24} \ln \frac{R + \pi\alpha/24}{g + \pi\alpha/24}$$

и монотонно возрастает от правого края ($r(y_{max}) = 0$) к левому ($r(0) = R$).

Быстрое нарастание звукового поля вблизи левой границы слоя накладывает ограничение на возможность использования укороченных уравнений (x_1 должно быть больше длины звуковой волны). Это условие приводит к следующему неравенству: $p^2 < (3/32)kl$. Отметим однако, что в реальных условиях обычно $\alpha kl > 1$ и поэтому насыщение коэффициента отражения на уровне $R = 1$ достигается еще в условиях применимости системы (I), (2).

Поступила в редакцию
5 февраля 1982 г.

Литература

I. А. А. Карабутов, Е. А. Лапшин, О. В. Руденко, ЖЭТФ, 71, III (1976).
2. В. П. Силин, В. Т. Тихончук, Письма в ЖЭТФ, 34, 385 (1981).
3. В. П. Силин, В. Т. Тихончук, Препринт ФИАН № 57, М., 1982 г.