Краткие сообщения по физике № 5 1982

КЛАССИЧЕСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА С КОНЕЧНОГО ОТРЕЗКА ПУТИ

И. М. Дремин, В. А. Саакян

УДК 538.3

На примере задачи с двумя волноводами показано, что классическое излучение электрона с конечного отрезка пути происходит под большими углами (заметно большими, чем характерные углы при обычном тормозном излучении).

Хорошо известно, что обычное тормозное излучение электрона происходит при больших энергиях на очень малые углы порядка m/E, где m и E, соответственно, масса и энергия электрона. Фактически это обусловлено тем, что излучение собирается с достаточно большого пути. В то же время, если ограничить длину пути, излучение с которого можно наблюдать, то заметно увеличатся углы, на которые приходится максимум излучения (при этом, конечно, интенсивность излучения упадет).

Эффект такого типа может иметь отношение к физике взаимодействия адронов /I/. Пока же мы рассмотрим здесь задачу о классическом излучении релятивистского электрона, вылетающего из открытого конца волновода и после пролета пути длиной l попадающего в другой волновод. Пусть имеются два полубесконечных круглых волновода с радиусом a и с идеально проводящими, бесконечно тонкими стенками. Расстояние между волноводами равно l. Будем пользоваться цилиндрической системой координат, совместив ось с осью волноводов. Стенки волноводов расположены при $r = a$, $z < -l$, $z > 0$. Пусть по оси волноводов движется электрон с постоянной скоростью v. Потери на излучение заметно меньше первичной энергии, поэтому применимо классическое рассмотрение. Поле, возбуждаемое электроном, будем описывать вектором Герца $\vec{\Pi}$. Напряженности $\vec{E}$ и $\vec{H}$ выражаются через $\vec{\Pi}$

известным образом

$$\vec{E} = \text{grad div } \vec{\Pi} - (1/c^2)\partial^2\vec{\Pi}/\partial t^2$$

$$\vec{H} = (1/c) \text{ rot } \partial\vec{\Pi}/\partial t. \tag{I}$$

Представим вектор Герца в виде суммы

$$\vec{\Pi} = \vec{\Pi}_0 + \vec{\Pi}_1, \tag{2}$$

где $\vec{\Pi}_0$ описывает поле электрона, движущегося в пустом пространстве, а $\vec{\Pi}_1$ – свободное поле, которое предстоит определить с помощью граничных условий. Из-за симметрии задачи можно выбрать все векторы Герца направленными по оси z. Известно, что Π_0 определяется как решение неоднородного уравнения Даламбера и записывается в виде:

$$\Pi_0 = (ie/\pi) \int\limits_{-\infty}^{\infty} \exp\left[i\,\frac{\omega}{v}\,(z - vt)\right] K_0(kpr)\,d\omega/\omega, \tag{3}$$

где $p = \sqrt{1-\beta^2}/|\beta|$; $\beta = v/c$; $k = \omega/c$, а K_0 – функция Макдональда. Π_1 ищем в виде

$$\Pi_1 = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \Pi^1_\omega e^{-i\omega t} d\omega. \tag{4}$$

Компоненту Фурье вектора Герца Π_1 модно представить в виде /2/

$$\Pi^1_\omega(r,z) = -\frac{\pi a}{\omega}\left[\int\limits_{-\infty}^{-l} f(\xi)d\xi \int\limits_{-\infty}^{\infty} J_0(ua)H_0^{(1)}(ur)e^{iw(z-\xi)}dw + \right.$$

$$\left. + \int\limits_{0}^{\infty} f(\xi)d\xi \int\limits_{-\infty}^{\infty} J_0(ua)H_0^{(1)}(ur)e^{iw(z-\xi)}dw\right], \tag{5}$$

где $u = \sqrt{k^2 - w^2}$ ($\mathrm{Im}\, u \geqslant 0$), J_0 и $H_0^{(1)}$ - функции Бесселя и Ханкеля и рассмотрено $r > a$.

Из (5) следует:

$$\Pi_\omega^1(r,z) = \Pi_1' \exp\left[- i \frac{\omega l}{v} (1 - \beta \cos\theta)\right] + \Pi_2'. \qquad (5')$$

Отметим, что при записи (5) мы предполагали, что волноводы не влияют друг на друга. (Ниже мы получим условие, подтверждающее наше предположение.) Используя граничные условия (плотность тока, индуцированного равномерно движущимся электроном, равняется нулю только в интервале $- l < z < 0$) и результат работы /3/, окончательно получим

$$\Pi_1' = \frac{1}{2\pi\omega I_0(kpa)} \frac{\varphi_2(-\omega/v)}{\varphi_2(-k\cos\theta)} \frac{\sqrt{k + \omega/v}}{\sqrt{k + k\cos\theta}} \frac{J_0(ka\sin\theta)}{\frac{\omega}{v} - k\cos\theta} \frac{e^{ikR}}{R}, \qquad (6)$$

$$\Pi_2' = - \frac{1}{2\pi\omega I_0(kpa)} \frac{\varphi_2(\omega/v)}{\varphi_2(k\cos\theta)} \frac{\sqrt{k - \omega/v}}{\sqrt{k - k\cos\theta}} \frac{J_0(ka\sin\theta)}{k\cos\theta - \frac{\omega}{v}} \frac{e^{ikR}}{R}, \qquad (7)$$

где I_0 - модифицированная функция Бесселя, R - расстояние до точки наблюдения. Функция $\varphi_2(w)$ аналитична и не имеет нулей в нижней полуплоскости комплексного переменного w. Ее явный вид приведен в /2/. Заметим, что выражения (6) и (7) справедливы при выполнении условий $kR\sin^2\theta \gg 1$ и

$$kz \gg 1/(1/\beta - \cos\theta). \qquad (8)$$

Условие (8) означает /3/, что собственное поле частицы на расстояниях z, удовлетворяющих неравенству (8), не интерферирует с полем излучения. Действительно, поле излучения зависит от z по закону e^{iwz}, а собственное поле частицы зависит как $e^{i\omega z/v}$, и требование достаточного расхождения по фазе приводит нас к условию $(\omega/v - w)z \gg 1$, а следовательно, к формуле (8). Если наряду с (8) допустить условие $wz \gg 1$, то это означает, что поле излучения от первого волновода не влияет на второй, и, следовательно, справедлива формула (5). Спектральная плотность энергии излучения на единицу телесного угла определяется следующим выражением:

$$W_{\vec{n}\omega} = \omega^4 R^2 \left|\left[\vec{n}\vec{\Pi}_\omega\right]\right|^2 / c^3. \tag{9}$$

Из (6) и (7) получим:

$$W_{\vec{n}\omega} = \frac{1^2\beta}{4\pi^2 c} \frac{J_0^2(ka\sin\theta)}{I_0^2(kpa)} \frac{\sin^2\theta}{(1-\beta\cos\theta)^2} \times$$

$$\times\left|\frac{(1-\beta)^{1/2}}{(1-\cos\theta)^{1/2}} \frac{|\varphi_2(\omega/v)|}{|\varphi_2(k\cos\theta)|} - \frac{(1+\beta)^{1/2}}{(1+\cos\theta)^{1/2}} \frac{|\varphi_2(-\omega/v)|}{|\varphi_2(-k\cos\theta)|} \times\right. \tag{10}$$

$$\left.\times \exp\left[-i\frac{\omega l}{v}(1-\beta\cos\theta)\right]\right|^2.$$

Рассмотрим два случая: а) $kpa > 1$. Излучение отсутствует, т.е. волноводы не влияют на электрон. б) $kpa < 1$, $\beta \simeq 1$. В этом случае можно рассмотреть области углов $\theta \sim p$ и $\theta > p$.

I) $\theta \sim p$; здесь $|\varphi_2(-\omega/v)|/|\varphi_2(-k\cos\theta)| = |\varphi_2(\omega/v)|/|\varphi_2(k\cos\theta)| = 1$ и из (10) получим

$$W_{\vec{n}\omega} = (1^2/\pi^2 c)\sin^2\theta\sin^2\left[\frac{\omega l}{2v}(1-\beta\cos\theta)\right] / (1-\beta\cos\theta)^2. \tag{11}$$

2) $p < \theta < 1$ и $kp\theta > 1$. Этот случай более интересный. В этой области

$$\frac{J_0(ka\theta)}{I_0(kpa)} \frac{|\varphi_2(-\omega/v)|}{|\varphi_2(-k\cos\theta)|} = \left[\frac{H_0^{(1)}(ikpa)J_0(ka\theta)}{H_0^{(1)}(ka\theta)I_0(kpa)}\right]^{1/2} =$$

$$= \left[\frac{2}{\pi}\,|\cos(ka\theta - \pi/4)|\ln(1/kpa)\right]^{1/2}. \tag{12}$$

Выражение (12) можно усреднить по θ от θ_c до $\pi/2$, поскольку аргумент косинуса заметно больше единицы. После усреднения угловая зависимость $W_{\vec{n}\omega}$ опять будет такой, как в (11), но появится общий коэффициент

$$\frac{2}{\pi}\ln\frac{1}{kp a}\left|\sin(ka\pi/2-\pi/4)-\sin(ka\theta_c-\pi/4)\right|\frac{1}{ka}\frac{2}{\pi-2\theta_c}.$$

Излучение от второго волновода имеет малость порядка $m^2/E^2\theta^2$, т.е. второй волновод влияет на излучение под большим углом только тем, что не дает излучать частице, когда она движется внутри него. Иными словами, задача как бы сводится к вылету электрона из волновода в точке $z = -1$ и "остановке" в точке $z = 0$.

Формула (II) содержит тот эффект, о котором говорилось вначале. Излучене идет под углом

$$\theta \simeq \sqrt{2\pi/\omega l} \tag{I3}$$

при $\omega l \gg 1$. Этот угол может быть заметно больше углов тормозного излучения, которые порядка m/E, при достаточно высокой первичной энергии E.

Наблюдение такого эффекта в опытах с релятивистскими электронами представляло бы большой интерес.

Авторы благодарны Б. М. Болотовскому за обсуждения.

Поступила в редакцию
26 февраля I982 г.

Литература

I. И. М. Дремин, Письма в ЖЭТФ, 30, I52 (I979); 34, 6I7 (I98I).
2. Л. А. Вайнштейн, Дифракция электромагнитных и звуковых волн на открытом конце волновода, "Советское радио", М., I953 г.
3. Б. М. Болотовский, П. В. Воскресенский, ЖТФ, 34, 7II (I964).