Краткие сообщения по физике № 7 1982

О ГВГ ГАУССОВЫМ ПУЧКОМ В УСЛОВИЯХ БРЭГГОВСКОЙ ДИФРАКЦИИ

А. А. Майер, А. П. Сухоруков

УДК 621.826:621.371

Рассмотрено возбуждение второй гармоники гауссовым пучком в периодической нелинейной структуре в приближении сильной связи проходящей и дифрагированной волн (когда экстинкционная длина много меньше длины расплывания). Получена формула для амплитуды второй гармоники.

Рассмотрена генерация второй гармоники (ГВГ) гауссовым пучком (ширины a) в периодической нелинейной структуре в случае сильной связи, когда экстинкционная длина $l_э = \lambda/2\chi_1$ много меньше длины расплывания $l_p = a^2 2\pi\chi_1/\lambda(\mathrm{tg}\theta)^2$, где $\chi_1 = \sqrt{\chi_h\chi_{-h}}$, $\chi_{\pm h}$ – фурье-компоненты линейной восприимчивости, θ – половина угла между проходящими и дифрагированными волнами. В этом случае проходящее $(m = 0)$ и дифрагированное $(m = h)$ поля на основной $(j = 1)$ и удвоенной $(j = 2)$ частотах можно представить в виде:

$$E_{j,m} = (A^+_{j,m}e^{ij\chi_j z/2} + A^-_{j,m}e^{-ij\chi_j z/2})e^{ij[(\chi_{j,0}-\alpha/2)z+\alpha/2x]/2} \qquad (I)$$

где введены нормированные координаты $2\pi z/\lambda\cos\theta \to z$, $2\pi x/\lambda\sin\theta \to x$, параметр α характеризует отстройку от брэгговского условия /I/. Подставляя (I) в систему уравнений, полученную в работе /I/ и проводя вторичное укорочение, для $A^{\pm}_{j,jm}(\sqrt{\mu}x, \mu z)$ получим параболические уравнения

$$\begin{cases} \pm i\chi_1 \partial A^{\pm}_{1,m}/\partial z - \partial^2 A_{1,m}/\partial x^2 = 0, & (2а) \\ \pm i\chi_2 \partial A^{\pm}_{2,2m}/\partial z - \partial^2 A_{2,2m}/\partial x^2 = f_{2m}(x,z), & (2б) \end{cases}$$

где

$$f_0 = (\Delta P_0 + i\,\frac{\partial P_0}{\partial z} - i\,\frac{\partial P_0}{\partial x} - \chi_{-2h}P_{2h})e^{-i\Delta z},$$

$$P_0 = \beta_0^{(0)}E^2_{1,0} + 2\beta_{-h}E_{1,0}E_{1,h} + \beta_{-2h}E^2_{1,h},$$

f_{2h} получается из f_0 заменой $P_0 \to P_{2h}$, $P_{2h} \to P_0$, $\chi_{-2h} \to \chi_{2h}$, а P_{2h} – из P_0 заменой $\beta_0^{(h)} \to \beta_{2h}$, $\beta_{-h} \to \beta_h$, $\beta_{-2h} \to \beta_0^{(h)}$; $\beta_{\pm jm}$ – фурье-компоненты квадратичной восприимчивости /I/.

Пусть отстройка от брэгговского условия $\alpha = 0$. Амплитуды $A^{\pm}_{j,jm}$ удовлетворяют следующим граничным условиям при $z = 0$:

$$A^{+}_{1,0} = A^{-}_{1,0} = e^{-x^2/a_1^2}/2,\quad A^{+}_{1,h} = -A^{-}_{1,h} = e^{-x^2/a_1^2}\chi_h/2\chi_1, \tag{3}$$

$$A^{\pm}_{2,m} = 0,$$

где $a_1 = 2\pi a/\lambda\sin\theta$. С помощью функции Грина из уравнений (2а) находим

$$A^{\pm}_{1,m} = \frac{(\pm\chi_h/\chi_1)^{m/h}}{2(1 \mp i4D_1 z/a^2)^{1/2}}\exp\left[-\frac{x^2}{a^2(1 \mp 4iD_1 z/a^2)}\right]. \tag{4}$$

Подставим (4) в (2б). Решения полученных неоднородных параболических уравнений (2б) для $A^{\pm}_{2,2m}$ $(m = 0,h)$ выражаются с помощью квадратур через функцию Грина и известную правую часть $f_{2m}(x,z)$.

Если брэгговский синхронизм, установленный в работе /I/, выполняется при нулевой отстройке от брэгговского условия (т.е. $\chi_1 + \chi_2 = \Delta$, где $\Delta = \chi_{2,0} - \chi_{1,0}$ характеризует частотную дисперсию среды), а $\chi_2 = \chi_1$, то выражение для проходящего поля второй гармоники имеет вид:

$$E_{2,0} \approx i\,\frac{C_I}{8}\exp\left[-\frac{2x^2}{a^2(1+8D_2z/a^2)}\right](1+8D_2z/a^2)^{-1/2}\times$$

$$\times\frac{\left[(1-4iz/a^2)^{1/2}-1\right]^{1/2}}{(-2iD_1/a^2)}\exp\left[-i\chi_2z+i\chi_{2,0}z\right], \tag{5}$$

где

$$D_j = 1/j\chi_j,\ 2D_2 = D_1,\ C_I = \beta_0^{(0)} + 2\beta_{-h}(\chi_h/\chi_1) + \beta_{-2h}(\chi_h^2/\chi_1^2) -$$

$$-(\chi_{-2h}/\chi_2)(\beta_{2h} + \beta_h\chi_h/\chi_1 + \beta_0^{(h)}\chi_h^2/\chi_1^2). \tag{6}$$

Формула (5) показывает, что чем больше связь проходящих и дифрагированных волн (χ_j), тем меньше отличается процесс ГВГ гауссовым пучком в условиях брэгговской дифракции от аналогичного процесса для случая плоских волн. Если волна накачки плоская ($a \to \infty$), то выражение (5) переходит в формулу, полученную в работе /I/.

Критерий применимости параболических уравнений (2) и формул (I), (4)-(5): $l_p \gg l_э$, равносилен условию

$$M = (a\chi_1/\lambda\,\mathrm{tg}\,\theta)^2 \gg (4\pi)^{-1}.$$

Для кристаллов и рентгеновского диапазона длин волн $\chi_1 \sim 10^{-6}$, $\lambda \sim 10^{-8}$ см, $a \sim 10^{-1}$ см, при $\mathrm{tg}\,\theta \sim 1$ имеем $M \sim 100$, т.е. (6) выполнено. Для искусственных периодических структур (например, для голограмм в $LiNbO_3$) и оптического диапазона $\lambda \sim 10^{-4}$ см, $a \sim 10^{-1}$ см, $10^{-4} \leqslant \chi_1 \leqslant 10^{-2}$, и при малых углах $\mathrm{tg}\,\theta \sim 0{,}1$ имеем $M \sim 1 - 10^4$, т.е. (6) также может быть выполнено.

При выводе (5) мы пренебрегли $\partial P_0/\partial x$ в (2б) по сравнению с $\partial P_0/\partial z$; это можно сделать, если $a\chi_1/\lambda \sin\theta \gg \sqrt{2}\pi^{-1}$, что, в свою очередь, справедливо при выполнении (6).

Интенсивность второй гармоники, генерируемой в условиях брэгговской дифракции, оценивалась ранее /I/.

Поступила в редакцию
I2 марта I982 г.

Литература

I. А. А. Майер, А. П. Сухоруков, ЖЭТФ, 77, I282 (I979).