Краткие сообщения по физике № 9 1982

ВКЛАД ИНСТАНТОНОВ В СЕЧЕНИЕ e^+e^- – АННИГИЛЯЦИИ В АДРОНЫ: УЧЕТ КИРАЛЬНОГО НАРУШЕНИЯ СИММЕТРИИ

Н. В. Красников, Н. Н. Тавхелидзе

УДК 539.12.01

Вычислен вклад инстантонов в сечение e^+e^- – аннигиляции в адроны с учетом кирального нарушения симметрии в квантовой хромодинамике.

Непертурбационные поправки в квантовой хромодинамике дают нетривиальную информацию о свойствах адронов /1/. К сожалению, в настоящее время в квантовой хромодинамике отсутствуют последовательные методы учета непертурбационных поправок за исключением, пожалуй, эффектов, связанных с инстантонами /2/. Инстантоны (классические решения уравнений Янга – Миллса в евклидовом пространстве – времени с конечным действием) дают вклад в функции Грина, пропорциональный $\exp\left[-8\pi^2/g^2(Q^2)\right]$ /2/. Вклад инстантонов в сечение e^+e^- – аннигиляции в адроны вычислялся в работах /3,4/. Этот вклад пропорционален произведению масс кварков (для легких кварков) и в пределе хотя бы одного безмассового кварка равен нулю. Анализ, основанный на использовании алгебры токов /5/, приводит к малым (по сравнению с характерным масштабом сильных взаимодействий) значениям масс u-, d- и s-кварков $m_u(1\ \text{ГэВ}) \approx 4$ МэВ, $m_d(1\ \text{ГэВ}) \approx 7$ МэВ, $m_s(1\ \text{ГэВ}) \approx 150$ МэВ. Спонтанное нарушение симметрии в квантовой хромодинамике приводит к возникновению динамической массы у кварков /6,7/.

В настоящей работе мы вычисляем вклад инстантонов в сечение e^+e^- – аннигиляции в адроны с учетом кирального нарушения симметрии, т.е. с учетом динамической массы у кварков. Мы рассмотрим наиболее важный с практической точки зрения случай, когда число кварков равно 3 (u-, d- и s-кварки), причем токовой массой u- и d-кварков мы пренебрегаем по сравнению с динамической массой.

Сечение e^+e^- - аннигиляции в адроны связано с пропагатором электромагнитных токов посредством представления Челлена - Лемана

$$\Pi_{\mu\nu}(p) = i\int d^4x e^{ipx} \langle 0|T(J_\mu(x)J_\nu(0))|0\rangle = (p_\mu p_\nu - g_{\mu\nu}p^2)\Pi(-p^2),$$

$$\Pi(p^2) = 12\pi^2 \int\limits_0^\infty R(s)ds\left[\frac{1}{s+p^2} - \frac{1}{s+\mu^2}\right] + \Pi(\mu^2),$$

$$R(s) \equiv \sigma(e^+e^- \to \text{адроны})/\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-), \qquad (I)$$

$$J_\mu(x) = \frac{2}{3}\bar{u}\gamma_\mu u - \frac{1}{3}\bar{d}\gamma_\mu d - \frac{1}{3}\bar{s}\gamma_\mu s.$$

Вклад инстантонов в функцию $\Pi_{\mu\nu}(p)$ можно представить в виде /3,4/

$$\Pi_\mu^{\mu,\mathrm{inst}} = -\sum_{k=1}^{3} Q_k^2 \int d^4x e^{ipx}\int d^4z \int \frac{d\rho}{\rho^5}\, d(\rho) \times$$

$$\times \mathrm{Tr}\left(\gamma_\mu S^1(\tfrac{x}{2}, -\tfrac{x}{2}; z, \rho)\gamma^\mu S^1(\tfrac{x}{2}, -\tfrac{x}{2}; z, \rho)\right). \qquad (2)$$

Здесь $S^1(x, z, \rho)$ - фермионный пропагатор в поле инстантона с размером ρ и с центром в точке z. Мера интегрирования для калибровочной группы SU(3) в линейном приближении в схеме перенормировки Паули - Вилларса по массам кварков равна

$$d(\rho) = 0{,}24 \prod_{i=1}^{3} (m_i\rho)\left[\frac{4\pi^2}{g^2}\right]^6 \exp\left[-\frac{8\pi^2}{\bar{g}^2(\Lambda_{PV}\rho)}\right], \qquad (3)$$

где $\bar{g}(\Lambda\rho)$ - эффективная кварк-глюонная константа связи.

Фермионный пропагатор в поле инстантона вычислялся в работе /8/ и представим в виде

$$S^1(x,\ y;\ z,\ \rho) = -\frac{\psi_0(x;\ z,\ \rho)\psi_0^+(y;\ z,\ \rho)}{m} + S_0^1(x,\ y;\ z,\ \rho) + \\ + mS_1(x,\ y;\ z,\ \rho) + O(m^2). \tag{4}$$

Здесь ψ_0 – нулевая мода в поле инстантона.

Подставляя явное значение фермионного пропагатора (формула (4)), после приведения соответствующих членов и интегрирования по d^4x получаем /3,4/

$$\Pi_\mu^{\mu,\mathrm{inst}}(Q) = -\sum_{k=1}^{3} Q_k \int_0^\infty d\rho\, \frac{d(\rho)}{\rho^3}\, 36 \int_0^1 du K_2\left(\frac{2\rho Q}{\sqrt{1-u^2}}\right). \tag{5}$$

Как было показано в работе /7/ на основе использования разложения Вильсона, в результате спонтанного нарушения киральной инвариантности у кварков возникает эффективная масса

$$m_u^{\mathrm{eff}} = m_u - \frac{3}{2}\pi^2\langle\bar{u}u\rangle\rho^2,$$

$$m_d^{\mathrm{eff}} = m_d - \frac{3}{2}\pi^2\langle\bar{d}d\rangle\rho^2, \tag{6}$$

$$m_s^{\mathrm{eff}} = m_s - \frac{3}{2}\pi^2\langle\bar{s}s\rangle\rho^2.$$

В низшем приближении по кварковым массам /5,9/ $\langle\bar{u}u\rangle = \langle\bar{d}d\rangle = \langle\bar{s}s\rangle \approx -(0,24\ \text{ГэВ})^3$.

В дальнейшем мы будем пренебрегать токовыми массами u- и d-кварков, т.е. будем вычислять интеграл (5) в приближении $m_u = m_d = 0$. После вычисления интегралов имеем

$$\Pi_\mu^{\mu,\mathrm{inst}}(Q) = -5{,}8\Lambda_{PV}^9\left[\frac{4\pi^2}{g^2}\right]^6\left[-2\cdot10^{12}\,\frac{\langle\bar{u}u\rangle^3}{Q^{16}} + 2\cdot10^9 m_s\,\frac{\langle\bar{u}u\rangle^2}{Q^{14}}\right]. \tag{7}$$

Удобно ввести ренорминвариантную величину

$$D(Q^2) = -12\pi^2 Q^2 \frac{d\Pi}{dQ^2} = Q^2 \int_0^\infty \frac{R(s)}{(s + Q^2)^2}\, ds. \qquad (8)$$

Для величины $D(Q^2)$ справедливо уравнение ренормгруппы

$$\left[\mu \frac{\partial}{\partial\mu} + \beta(\alpha) \frac{\partial}{\partial\alpha} + \gamma_m(\alpha) m \frac{\partial}{\partial m}\right] D = 0. \qquad (9)$$

Вклад в $D(Q^2)$ от инстантонов находится путем дифференцирования выражения (7) и равен

$$D^{inst}(Q^2) = 683{,}9\, \Lambda_{PV}^9 \left[\frac{4\pi^2}{g^2}\right]^6 \left[-\frac{6\cdot 10^{12}}{Q^{18}} \langle\bar{u}u\rangle^3 + \frac{4{,}7\cdot 10^9}{Q^{16}} m_s \langle\bar{u}u\rangle^2\right]. \qquad (10)$$

После применения уравнения ренормгруппы (9) к приближению (10) имеем

$$D^{inst}(Q^2) = \Lambda_{PV}^9 \left\{-\frac{5{,}3\cdot 10^{17}}{Q^{18}} \langle\bar{u}u\rangle^3 \left(\ln \frac{Q^2}{\Lambda_{PV}^2}\right)^{22/3} + \frac{4{,}2\cdot 10^{14}}{Q^{16}} m_s \langle\bar{u}u\rangle^2 \left(\ln \frac{Q^2}{\Lambda_{PV}^2}\right)^{58/9}\right\}. \qquad (11)$$

Используя дисперсионное соотношение (8) и формулу (11) получаем, что вклад инстантонов в $R(s)$ численно равен

$$R^{inst}(s) = \varkappa^9 \left\{\frac{0{,}3\cdot 10^2}{s^9} \left(\ln \frac{s}{(0{,}1\varkappa)^2}\right)^{19/3} (\text{ГэВ})^{18} + \frac{0{,}13}{s^8} \left(\ln \frac{s}{(0{,}1\varkappa)^2}\right)^{49/9} (\text{ГэВ})^{16}\right\},$$

где $\varkappa = \Lambda_{PV}/(0,1\ \text{ГэВ})$.

Видно, что вклад инстантонных эффектов в $R(s)$ не мал и существенно зависит от величины Λ_{PV}. Заметим, что обработка экспериментальных данных по глубоко неупругому рассеянию приводит к $\Lambda_{PV} = 100 \cdot 2^{\pm 1}$ МэВ.

Авторы благодарны В. А. Матвееву и А. Н. Тавхелидзе за интерес к работе.

Поступила в редакцию
13 апреля 1982 г.

Литература

1. M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, V. I. Zakharov, Nucl. Phys., B147, 385 (1979).
2. G. 't Hooft, Phys. Rev., D14, 3432 (1976); Phys. Rev., D18, 2199 (1978), Erratum.
3. L. Baulieu et al., Phys. Lett., 77B, 290 (1978).
4. N. Andrei, D. J. Gross, Phys. Rev., D18, 468 (1978).
5. S. Weinberg, On the problem of mass, in: Festschrift for Raby (New York Academy of Sciences, New York, 1977).
6. H. Pagels, S. Stokar, Phys. Rev., D20, 2947 (1979); Н. В. Красников, А. А. Пивоваров, Краткие сообщения по физике ФИАН № 11, 3 (1981).
7. V. A. Novikov et al., Nucl. Phys., B174, 378 (1980).
8. L. Brown et al., Phys. Lett., 70B, 180 (1977).
9. M. Gell-Mann, R. Oakes and B. Renner, Phys. Rev., 175, 2195 (1968); H. Leutwyler, Nucl. Phys., 76B, 431 (1974).