

О ВЛИЯНИИ ТОКА В ПЛАЗМЕ НА СПЕКТРЫ  
ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Л. В. Крушова

УДК 533.9

Найдены спектры ленгмюровских и ионно-звуковых волн в параметрически турбулентной токовой плазме. Показано, что ток существенно влияет на спектр ионно-звуковых волн, тогда как спектр ленгмюровских волн не зависит от наличия тока в плазме.

Известно, что ток в плазме (движение электронов относительно ионов со скоростью  $\vec{u}$ ) уменьшает декремент затухания ионно-звуковых волн, распространяющихся в направлении токовой скорости, и увеличивает декремент затухания ионно-звуковых волн, распространяющихся навстречу току /1/:  $\gamma_s = \sqrt{k_x/8} (\omega_{Li}/\omega_{Le}) kv_s [1 - (k_x/k_x)] \approx \gamma_s^0 [1 - (u/v_s) \cos \theta]$ . (Здесь  $v_s = \omega_{Li}^2 / \omega_{Le}^2$  — ионно-звуковая скорость,  $\theta$  — угол между волновым вектором  $\vec{k}$  ионно-звуковой волны и токовой скоростью  $\vec{u}$ ). Такое изменение декремента затухания ионно-звуковых волн приводит к тому, что при распаде ленгмюровских волн на ленгмюровские и ионно-звуковые установившееся турбулентное состояние отличается, как это показано ниже, от имеющего место в плазме без тока.

Прежде всего, анизотропия декремента затухания ионного звука приводит к тому, что спектральные распределения числа колебаний для волн, распространяющихся в направлении токовой скорости ( $k_x > 0$ ) и для распространяющихся навстречу току ( $k_x < 0$ ) оказываются разными. Поэтому мы будем различать спектральную плотность числа ионно-звуковых колебаний с  $k_x > 0$  ( $N_s^+(k)$ ) и спектральную плотность числа ионно-звуковых колебаний с  $k_x < 0$  ( $N_s^-(k)$ ). Аналогично для ленгмюровских волн: спектральная плот-

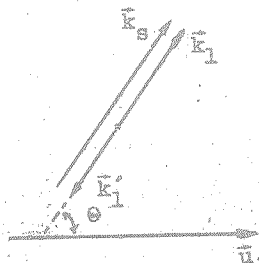
ность числа колебаний, распространяющихся в направлении протекания тока ( $k\bar{u} > 0$ ) -  $N_1(\bar{k})$  и спектральная плотность числа колебаний, распространяющихся навстречу току ( $k\bar{u} < 0$ ) -  $\bar{N}_1(\bar{k})$ .

Будем считать, что в некоторой области волновых векторов в результате параметрической неустойчивости с инкрементом  $\gamma_0(\bar{k})$  возбуждаются первичные ленгмювские волны. Далее каскадный распад ленгмювских волн на ленгмювские и ионно-звуковые приводит к насыщению неустойчивости и установлению турбулентного состояния /2-4/, которое описывается системой четырех кинетических уравнений для величин  $N_1(\bar{k})$ ,  $\bar{N}_1(\bar{k})$ ,  $N_2(\bar{k})$ ,  $\bar{N}_2(\bar{k})$  (в отличие от системы двух уравнений в плазме без тока /4/). Мы ограничимся рассмотрением одномерного случая, считая, что инкремент первичной параметрической неустойчивости  $\gamma_0(\bar{k})$  имеет резкий максимум в каком-либо направлении. Это соответствует возбуждению одномерного спектра первичных ленгмювских волн. Ядро нелинейного взаимодействия ленгмювских волн с ионно-звуковыми максимально для волн, распространяющихся вдоль одного направления /5/, поэтому можно ожидать, что для всех волн сохранится одномерное распределение:

$$N_{1(s)}(\bar{k}) = (2\pi)^2 \delta(\bar{k}_\perp) N_{1(s)}(k), \quad \bar{N}_{1(s)}(\bar{k}) = (2\pi)^2 \delta(\bar{k}_\perp) \bar{N}_{1(s)}(k). \quad (I)$$

Направление тока может, вообще говоря, не совпадать с направлением распространения волн. Мы будем считать только, что  $\cos\theta \equiv (k\bar{u}/ku) \neq 0$ .

Из законов сохранения энергии и импульса следует, что в одномерной ситуации (для распределения (I)) волновой вектор ленгмювской волны при рассеянии на звуке меняет направление на противоположное, а модуль волнового вектора уменьшается на величину  $\Delta k = 2\omega_{L1}/3\omega_{Le} r_{De}$ . Соответственно, волновой вектор ионно-звуковой волны, равный разности волновых векторов первичной и вторичной ленгмювских волн, имеет то же направление, что и вектор исходной ленгмювской волны (рис. I), а модуль его равен  $2k_1 - \Delta k$ , где  $k_1$  - волновое число первичной



Р и с. I. Схема рассеяния ленгмюровских волн на звуке

ленгмюровской волны. В следующем акте рассеяния рождается ленгмюровская волна с волновым числом  $k_1 - 2\Delta k$  и ионно-звуковая с волновым числом  $2k_1 - 3\Delta k$  и т.д. Таким образом, при каскадном рассеянии ленгмюровских волн на звуке каждая ленгмюровская волна, возбуждаемая первичной параметрической неустойчивостью, рождает дискретный набор ленгмюровских и ионно-звуковых волн. Если спектральная ширина области раскачки первичной неустойчивости  $\delta k$  меньше шага перекачки  $\Delta k$ , то весь спектр ленгмюровских и ионно-звуковых волн представляет собой дискретный набор спутников. Для амплитуд спутников, по аналогии с /4/, введем обозначения:  $l_n = N_1(k_d - 2n\Delta k)$ ,  $\bar{l}_n = \bar{N}_1(k_d - (2n - 1)\Delta k)$ ,  $s_n = N_s(2k_d - (4n - 3)\Delta k)$ ,  $\bar{s}_n = \bar{N}_s(2k_d - (4n - 1)\Delta k)$ . Здесь  $k_d$  - волновое число из области раскачки первичной неустойчивости. Для определенности считаем, что в результате первичной параметрической неустойчивости с инкрементом  $\gamma_0$  возбуждается ленгмюровский спутник  $l_0$ . Тогда для амплитуд спутников в стационарном состоянии имеем систему разностных уравнений:

$$2(\gamma_0 \delta_{n,0} - \gamma) l_n - \Gamma \{ s_{n+1} (l_n - \bar{l}_{n+1}) + l_n \bar{l}_{n+1} \} + \Gamma \{ \bar{s}_n (\bar{l}_n - l_n) + l_n \bar{l}_n \} = 0; \quad (2)$$

$$-2\gamma \bar{l}_n + \Gamma \{ s_n (l_{n-1} - \bar{l}_n) + l_{n-1} \bar{l}_n \} - \Gamma \{ \bar{s}_n (\bar{l}_n - l_n) + l_n \bar{l}_n \} = 0; \quad (3)$$

$$-2\tilde{\gamma}_s^n \bar{s}_n + \Gamma \{ \bar{s}_n (\bar{l}_n - l_n) + \bar{l}_n l_n \} = 0; \quad (4)$$

$$-2\tilde{\gamma}_s^n s_n + \Gamma \{ s_n (l_{n-1} - \bar{l}_n) + l_{n-1} \bar{l}_n \} = 0. \quad (5)$$

Здесь введены обозначения:  $\tilde{\gamma}_s^n = \gamma_s^0 [1 - (u/v_s) \cos \theta] [1 - (4n - 3)(\Delta k / 2k_d)]$ ,  $\bar{\gamma}_s^n = \gamma_s^0 [1 + (u/v_s) |\cos \theta|] [1 - (4n - 1)(\Delta k / 2k_d)]$  - декременты затухания звуковых волн, распространяющихся, соответственно, в направлении токовой скорости ( $\cos \theta \equiv (k_{\parallel} / k) > 0$ ) и навстречу току ( $\cos \theta < 0$ ),  $\tilde{\gamma}$  - декремент затухания ленгмюровских волн,  $\Gamma = (\omega_{Li} \omega_{Le} / 24n_e T_e r_{De})$  - константа нелинейного взаимодействия.

В случае, когда декремент затухания звуковых волн, распространяющихся навстречу току, превосходит декремент затухания ленгмюровских волн ( $\bar{\gamma}_s^n \gg \tilde{\gamma}$ ), в уравнениях (2)-(4) можно пренебречь слагаемым  $\bar{s}_n (\bar{l}_n - l_n)$  по сравнению с  $\bar{l}_n l_n$ . Тогда из (4) имеем:

$$-2\tilde{\gamma}_s^n \bar{s}_n + \Gamma \bar{l}_n l_n = 0. \quad (4a)$$

Система уравнений (2)-(5) в таких условиях имеет следующее решение:

$$l_n = \frac{2\tilde{\gamma}}{\Gamma} (N - n), \quad \bar{l}_n = \frac{2\tilde{\gamma}}{\Gamma} (N - n + 1), \quad (6)$$

$$\bar{s}_n = \frac{2\tilde{\gamma}^2}{\tilde{\gamma}_s^n \Gamma} (N - n)(N - n + 1),$$

$$s_n = \frac{2\tilde{\gamma}^2}{\Gamma \tilde{\gamma}_s^n} (N - n + 1)^2, \quad (7)$$

где  $N = [\gamma_0 / \tilde{\gamma}] \gg 1$ . Из полученного решения видно, что наличие тока в плазме сказывается лишь на спектрах ионно-звуковых волн.

Распределение ленгмюровских шумов оказывается таким же, как и в плазме без тока (ср. с /4/). Для достаточно большой скорости тока, когда  $u|\cos\theta| \sim v_s$ , декремент затухания звуковых волн, распространяющихся в направлении тока, может быть много меньше декремента затухания ленгмюровских волн:  $\gamma_s^n \ll \bar{\gamma}$ . При этом амплитуда ионно-звуковых сателлитов  $s_n$  превышают амплитуды ленгмюровских сателлитов;  $s_n \gg l_n, \bar{l}_n$ . Если декремент затухания  $\gamma_s^n$  стремится к нулю ( $u|\cos\theta| \rightarrow v_s$ ), уровень ионно-звуковых шумов неограниченно растет. Это означает, что для ионно-звуковых волн следует включать в рассмотрение другие нелинейные процессы, ограничивающие рост их амплитуды. Однако выражения (6) для амплитуд ленгмюровских сателлитов и ионно-звуковых, распространяющихся навстречу току, являются решением уравнений (2), (3), (4а) при любом значении  $s_n$ . Поэтому они остаются справедливыми и при  $\gamma_s^n \rightarrow 0$ . Этими же выражениями описываются стационарные спектры  $l_n, \bar{l}_n, \bar{s}_n$  и в том случае, когда  $u|\cos\theta| > v_s$ , то есть  $\gamma_s^n < 0$  и ток возбуждает ионно-звуковую неустойчивость, развивающуюся с инкрементом  $\gamma = -\gamma_s^n > 0$  и стабилизирующуюся затем каким-либо нелинейным процессом.

В пределе  $u = 0$  соотношения (6), (7) совпадают с полученными в работе /4/ для плазмы без тока.

В случае, когда декремент затухания ленгмюровских волн превосходит декременты затухания звука ( $\bar{\gamma} \gg \bar{\gamma}_s^n > \gamma_s^n > 0$ ), в уравнениях (4), (5) можно пренебречь слагаемыми, квадратичными по амплитуде ленгмюровских шумов. Тогда система уравнений (2)–(5) имеет следующее решение:

$$l_n = \frac{2\gamma_s^n}{\Gamma} (N - n) + \frac{2\bar{\gamma}_s^n}{\Gamma} (N - n + 1), \quad \bar{l}_n = \frac{2(\gamma_s^n + \bar{\gamma}_s^n)}{\Gamma} (N - n),$$

$$\bar{s}_n = \frac{2\bar{\gamma}}{\Gamma} (N - n) \left[ N - n - 1 + \frac{\gamma_s^n}{\bar{\gamma}_s^n} (N - n) \right],$$

$$s_n = \frac{2\bar{\gamma}}{\Gamma} (N - n) \left[ N - n + 1 + \frac{-n}{\bar{\gamma}_s^n} (N - n) \right],$$

где  $N \approx [k_0/\gamma] \gg 1$  и малые слагаемые  $\sim \Delta k/k_d$  опущены. Как видно из полученного решения, спектр сильнозатухающих ленгмюровских волн хотя и оказывается зависящим от декрементов затухания звука (как и в плазме без тока), однако токовые слагаемые в декрементах затухания взаимно компенсируются с точностью до малых членов  $\sim \Delta k/k_d$ .

Из всего вышесказанного следует вывод, что при стабилизации параметрической неустойчивости каскадным распадом ленгмюровских волн на ленгмюровские и ионно-звуковые уровни турбулентных ленгмюровских шумов в стационарном состоянии не зависит от наличия тока в плазме. Поэтому вторичные процессы, происходящие с участием ленгмюровских волн (например, генерация высших гармоник волны накачки), в токовой плазме должны происходить так же, как и в плазме без тока. Зависимость амплитуды ионно-звуковых шумов от токовой скорости оказывается весьма существенной, что должно сказаться на вторичных процессах с участием звука (например, на слиянии ионно-звуковых волн с ленгмюровскими в поперечные электромагнитные волны /6/). В частности, в таких процессах может проявиться асимметрия спектрального распределения звука: звуковые волны, распространяющиеся в направлении токовой скорости, имеют большую интенсивность, чем волны, распространяющиеся навстречу току.

В заключение выражаю благодарность В. П. Силину за постановку задачи и консультации.

Поступила в редакцию  
5 декабря 1980 г.

#### Л и т е р а т у р а

1. В. Л. Гинзбург, А. А. Рухадзе, Волны в магнитоактивной плазме, М., "Наука", 1970 г.
2. А. А. Галеев, Д. Г. Ломинадзе, Г. З. Мачибели, ЖТФ, 45, 1358 (1975).
3. В. Ю. Быченков, В. П. Силин, В. Т. Тихончук, Письма в ЖЭТФ, 26, 309 (1977).
4. В. П. Силин, В. Т. Тихончук, ЖТФ, 50, 336 (1980).
5. В. В. Цустовалов, В. П. Силин, Труды ФИАН, 61, 42 (1972).
6. Л. В. Крушнова, В. П. Силин, В. Т. Тихончук, Физика плазмы, 5, 426 (1979).