

## КОМБИНИРОВАННЫЙ РЕЗОНАНС В ПЛАЗМЕННЫХ РЕЗОНАТОРАХ

Н. И. Карбушев, А. А. Рухадзе

УДК 533.9

Рассмотрена задача возбуждения электромагнитных волн в плазменном СВЧ резонаторе в условиях комбинированного, черенковского и циклотронного, резонанса релятивистского электронного пучка с плазменной волной. Показано, что комбинированный резонанс может приводить к снижению стартового тока пучка для возбуждения резонатора, увеличению инкремента нарастания колебаний и повышению КПД генерации.

1. При возбуждении электромагнитных колебаний с помощью релятивистских электронных пучков обычно происходит резонансное, черенковское или циклотронное, взаимодействие электронов с собственными волнами электродинамической структуры. В случае черенковского резонанса передача кинетической энергии электронов волне происходит за счет продольной составляющей их импульса, тогда как в случае циклотронного резонанса электроны, в основном, теряют поперечную составляющую импульса.

В настоящей работе на примере плазменного резонатора рассматривается случай одновременного выполнения условий черенковского и циклотронного резонансов с прямой и обратной плазменными волнами, имеющими одну и ту же частоту и бегущими навстречу друг другу. Исследуется возможность достижения комбинированного резонанса и его влияние на стартовые условия и КПД генерации.

2. Предположим, что "холодная" электронная плазма полностью заполняет отрезок круглого металлического волновода радиуса  $R$  и длины  $L$ . Вдоль оси волновода (ось  $Oz$ ) наложено внешнее достаточно сильное магнитное поле  $B_0$ . На границе  $z = 0$ ;  $z = L$  задано

сужение волновода обеспечивает полное отражение волн, а на границе  $z = L$  плотность плазмы резко обращается в нуль при неизменном радиусе волновода. Плазма производится тонким трубчатым пучком электронов с равновесной функцией распределения

$$f_{0b}(r, \vec{p}) = \frac{I}{\pi^2 e u_{\parallel}} \delta(r^2 - r_b^2) \delta(p_{\perp}^2 - p_{\perp 0}^2) \delta(p_{\parallel} - p_{\parallel 0}). \quad (1)$$

Здесь  $I$  - полный ток пучка,  $r_b$  - его радиус,  $p_{\perp 0} = \gamma m u_{\perp 1}$  и  $p_{\parallel 0} = \gamma m u_{\parallel}$  - поперечная и продольная составляющие импульса,  $u_{\perp 1}$  и  $u_{\parallel}$  - поперечная и продольная составляющие скорости электронов,  $\gamma = (1 - u_{\perp 1}^2/c^2 - u_{\parallel}^2/c^2)^{-1/2}$  - релятивистский фактор.

Известно, что в такой системе возможно возбуждение электромагнитных волн  $/I/$ . Если искать  $z$ -составляющую электрического поля волны в виде  $E_z \sim J_1(k_{\perp} r) \exp(-i\omega t + ikz + i\varphi)$  ( $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ), то в условиях  $\omega^2, \omega_{Le}^2 \ll \Omega_e^2$ , где  $\omega_{Le}$  - ленгмюровская, а  $\Omega_e$  - ларморовская частота электронов плазмы, для  $E$ -волны в волноводе находим следующее характеристическое уравнение:

$$D(\omega, k) = \frac{A_+^2}{(\omega - k u_{\parallel})^2} + \frac{A_-^2}{(\omega - k u_{\parallel} - \Omega_e/\gamma)^2} + \frac{B}{\omega - k u_{\parallel} - \Omega_e/\gamma}. \quad (2)$$

Здесь введены обозначения:

$$D(\omega, k) = k_{\perp}^2 + \left( k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) \left( 1 - \frac{\omega_{Le}^2}{\omega^2} \right), \quad A_+^2 = \frac{e}{m} \frac{I \Omega_e^2}{\gamma^2 \gamma_{\parallel}^4 u_{\parallel}^2 R^2} \left[ \frac{J_1(x)}{J_1'(\mu_{1s})} \right]^2,$$

$$A_-^2 = \frac{B \Omega_e}{8 \gamma \gamma_{\parallel}^2} \frac{u_{\perp 1}^2}{u_{\parallel}^2} = \frac{e}{m} \frac{I k_{\perp}^2 u_{\perp 1}^2}{\gamma u_{\parallel}^2 R^2} \left( 1 - \frac{1}{2 \gamma_{\parallel}^2} \right)^2 \left\{ [J_1'(x)]^2 + \frac{1}{x^2} J_1^2(x) \right\} [J_1'(\mu_{1s})]^{-2}, \quad (3)$$

где  $\gamma_{\parallel} = (1 - u_{\parallel}^2/c^2)^{-1/2}$ ,  $x = k_{\perp} r_b$ ,  $k_{\perp} = \mu_{1s}/R$ ,  $\mu_{1s}$  - корни функций Бесселя,  $J_1(\mu_{1s}) = 0$  ( $s = 1, 2, 3, \dots$ ), а величины  $A_+$ ,  $A_-$ ,  $B \ll \omega$ .

3. Черенковский резонанс с прямой волной ( $k > 0$ ) и циклотронный резонанс с обратной волной ( $k < 0$ ) одновременно (комбинированный резонанс) имеют место, если

$$\omega \approx |k|u_{||} \approx \Omega_e/2\gamma. \quad (4)$$

При этом уравнение (2) имеет шесть решений  $k = k_i(\omega)$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ), из которых  $k_1 \approx k_2 \approx k_3 \approx \omega/u_{||}$ , а  $k_4 \approx k_5 \approx k_6 \approx \omega/u_{||} - \Omega_e/\gamma u_{||}$ . Тогда поле в волноводе на частоте  $\omega$  представимо в виде суперпозиции шести нормальных волн с волновыми векторами  $k_i(\omega)$ , связь между амплитудами которых и дисперсионное соотношение для собственных частот находятся из граничных условий.

Если пучок входит в плазму на границе  $z = 0$  немодулированным и беспрепятственно покидает ее на границе  $z = L$ , то дисперсионное уравнение будет иметь вид:

$$\alpha G_+(\omega)G_-(\omega) = 1, \quad (5)$$

где

$$G_+(\omega) = \left[ \sum_{i=1}^3 \frac{\delta k_i^2 \exp(i\delta k_i L)}{(\delta k_i - \delta k_j)(\delta k_i - \delta k_p)} \right] \times \\ \times \left[ \sum_{i=1}^3 \frac{\delta k_i^2}{(\delta k_i - \delta k_j)(\delta k_i - \delta k_p)} \right]^{-1} \exp(i\omega L/u_{||}), \quad (6)$$

$j \neq i, j \neq p, p \neq i,$

коэффициент усиления прямой волны, а

$$G_-(\omega) = \left[ \sum_{i=4}^6 \frac{\delta k_i^2}{(\delta k_i - \delta k_j)(\delta k_i - \delta k_p)} \right] \times \\ \times \left[ \sum_{i=4}^6 \frac{\delta k_i^2 \exp(i\delta k_i L)}{(\delta k_i - \delta k_j)(\delta k_i - \delta k_p)} \right]^{-1} \exp(-i\omega L/u_{||} + i\Omega_e L/\gamma u_{||}), \quad (7)$$

$j \neq i, j \neq p, p \neq i,$

коэффициент усиления обратной волны  $\delta k_1(\omega) = k_1(\omega) - \omega/u_{||}$ ,  
 $i = 1, 2, 3$ ;  $\delta k_4(\omega) = k_4(\omega) - \omega/u_{||} + \Omega_e/\gamma u_{||}$ ,  $i = 4, 5, 6$ ;  $\alpha =$   
 $= (1 - \alpha)/(1 + \alpha)$  - коэффициент отражения от границы  $z = L$ ,  
 $\alpha = (u_{||}/c)(1 - 4\gamma^2 k_{\perp}^2 c^2/\Omega_e^2)^{1/2}$ .

4. В случае большого коэффициента усиления прямой волны  
 $(|G_+(\omega)| \gg 1)$  его максимальное значение достигается при

$$\omega = (\omega_{Le}^2 - \gamma_{||}^2 k_{\perp}^2 u_{||}^2)^{1/2} \quad (8)$$

и равно /2/

$$G_+^{\max} \approx \frac{1}{3} \exp\left(\frac{\sqrt{3}}{2} |R_+| \frac{L}{u_{||}} + i\omega \frac{L}{u_{||}} - i \frac{R_+ L}{2 u_{||}}\right), \quad R_+^3 = + \frac{A^2 \Omega_e}{4 \gamma \gamma_{||}^2 k_{\perp}^2} \quad (9)$$

Усиление обратной волны может происходить только тогда,  
 когда последний член в правой части уравнения (2) мал, т.е.

$$\frac{u_{||}^2}{u_{||}^2} \gg 4 \left(2 \frac{\Omega_e}{m} \frac{\gamma I}{u_{||}}\right)^{1/2} \frac{2 \gamma_{||}^2 - 1}{\Omega_e R} \left\{ [J_1'(x)]^2 + \frac{1}{x^2} J_1^2(x) \right\}^{1/2} |J_1(\mu_{Ls})|^{-1} \quad (10)$$

Максимальное значение коэффициента усиления  $G_-(\omega)$  при этом  
 достигается, если

$$\omega = \frac{\Omega_e}{2\gamma} + \frac{(\omega_{Le}^2 - \gamma_{||}^2 k_{\perp}^2 u_{||}^2)^{1/2} - \Omega_e/2\gamma}{1 + 8\gamma^2 \gamma_{||}^2 k_{\perp}^2 u_{||}^2/\Omega_e^2} - \frac{\pi}{1 + u_{||}/|v_0|} \frac{u_{||}}{L}, \quad (11)$$

и равно /3/

$$G_-^{\max} = \left(1 - 4 \frac{R_-^3}{\pi^3} \frac{L^3}{u_{||}^3}\right)^{-1} \exp\left(-i\omega \frac{L}{u_{||}} + i \frac{\Omega_e}{\gamma} \frac{L}{u_{||}} - i\pi\right), \quad (12)$$

$$R_-^3 = \frac{A^3 \Omega_e}{4 \gamma \gamma_{||}^2 k_{\perp}^2}, \quad v_0 = -u_{||} \left(1 + \frac{\Omega_e^2}{4 \gamma^2 \gamma_{||}^2 k_{\perp}^2 u_{||}^2}\right)^{-1}$$

Предположим теперь, что коэффициенты усиления прямой и об-  
 ратной волн одновременно принимают свои максимальные значения.

Тогда из (8) и (II) получаем

$$\omega = (\omega_{Le}^2 - \gamma_{\parallel}^2 k_{\perp}^2 u_{\parallel}^2)^{1/2} = \frac{\Omega_e}{2\gamma} - \frac{\pi}{2} \frac{u_{\parallel}}{L}. \quad (I3)$$

Из дисперсионного уравнения (5) находим, что положительная обратная связь волн имеет место в случае выполнения равенства

$$\frac{\Omega_e}{\gamma} = \frac{F}{2} + \pi(2n + 1) \frac{u_{\parallel}}{L}, \quad (I4)$$

где  $n$  - большое положительное целое число. Стартовый ток пучка (т.е. ток, при котором  $\text{Im}\omega = 0$ ) при этом определяется соотношением

$$\frac{\pi}{2} \exp\left(\frac{\sqrt{3}}{2} |F_{+}^{\text{st}}| \frac{L}{u_{\parallel}}\right) = 1 - 4 \left(\frac{F_{+}^{\text{st}}}{\pi} \frac{L}{u_{\parallel}}\right)^3. \quad (I5)$$

5. Из соотношения (I5) следует, что при комбинированном резонансе происходит уменьшение величины стартового тока пучка и увеличение инкремента нарастания колебаний в режиме генерации. На нелинейной стадии рост амплитуды колебаний в этом случае прекращается только тогда, когда оба механизма передачи энергии электронов электромагнитным волнам, черенковский и циклотронный, перестают работать. В результате при комбинированном резонансе достижимы значения КПД генерации, равные сумме КПД черенковского и циклотронного генераторов. Следуя работам /4-6/, при этом получаем

$$\eta \approx 4\mu_{1s}^{4/3} \left(\frac{e}{m} I\right)^{1/3} \frac{\delta^{8/3} \gamma_{\parallel}^4}{\gamma - 1} \frac{u_{\parallel}^3}{\Omega_e^2 R^2 c^2} \left(1 + \frac{\Omega_e^2 R^2}{4\mu_{1s}^2 \gamma^2 \delta^4 u_{\parallel}^2}\right)^{-1/3} \times$$

$$\times \left[\frac{J_1(\mu_{1s} r_b/R)}{J_1(\mu_{1s})}\right]^{2/3} \left\{1 + \frac{\Omega_e^{4/3} R^{4/3} u_{\perp}^{2/3} c^4}{2^{5/3} \mu_{1s}^{4/3} \gamma^{4/3} \delta^{4/3} u_{\parallel}^{14/3}} \left[\frac{J_1(\mu_{1s} r_b/R)}{J_1(\mu_{1s})}\right]^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \frac{R^2}{\mu_{1s}^2 r_b^2}\right\}^{1/3}. \quad (I6)$$

В процессе генерации происходит уменьшение как продольной, так и поперечной составляющих импульса электронов, и в реальных условиях суммарный КПД может достигать 40-45%.

6. Приведем некоторые численные оценки. Для генерации электромагнитных колебаний с длиной волны 4,5 см ( $\omega = 4 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ ) с помощью пучка электронов с энергией 0,75 МэВ ( $\gamma = 2,5$ ) в случае комбинированного резонанса требуется внешнее магнитное поле  $B_0 = 11 \text{ кЭ}$  ( $\Omega_0 = 2 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ ). Если электроны пучка имеют поперечную составляющую скорости  $u_{\perp} = 0,7u_{\parallel}$ , то при  $R = 2,5 \text{ см}$  и возбуждаемой моде  $E_{01}$  плотность электронов плазмы должна быть равной  $10^{12} \text{ см}^{-3}$  ( $\omega_{pe} = 5 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ ). Коэффициент отражения в этих условиях равен 0,33. Если радиус пучка составляет 1,5 см, а длина волновода 8 см, то стартовый ток пучка ( $I_0$ ) порядка 1 кА, в то время как стартовые токи для черенковского и циклотронного генераторов соответственно равны 1,5 кА и 2,5 кА. При токе пучка 5 кА КПД генерации черенковского и циклотронного генераторов в таких условиях равны 27% и 16%, а для генератора на комбинированном резонансе КПД порядка 43%. Мощность электромагнитного излучения составляет порядка 2 ГВт.

Поступила в редакцию  
2 декабря 1980 г.

#### Л и т е р а т у р а

1. М. С. Рабинович, А. А. Рухадзе, Физика плазмы, 2, 715 (1976).
2. А. Ф. Александров, Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе, Основы электродинамики плазмы, Высшая школа, М., 1978 г., гл. VI.
3. В. Н. Шевчик, Д. И. Трубецков, Аналитические методы расчета в электронике СВЧ, Сов. радио, М., 1970 г.
4. Р. И. Ковтун, А. А. Рухадзе, ЖЭТФ, 58, 1709 (1970).
5. N. G. Matsiborko et al., Plasma Physics, 14, 591 (1972).
6. Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе, В. Г. Рухлин, ЖТФ, 47, 482 (1977).