Краткие сообщения по физике № 5 1981

ДИНАМИКА ИНДУЦИРОВАННЫХ ПОЛЕЙ ПРИ ИНЖЕКЦИИ В ПЛАЗМУ РЭП С ТЕПЛОВЫМ РАЗБРОСОМ

В. А. Панин, А. А. Рухадзе, В. Г. Рухлин, В. В. Северьянов

УДК 537.533.7

Решена линейная самосогласованная начально-граничная задача инжекции в плазму РЭП с учетом теплового разброса электронов пучка по скоростям. Определены пространственно-временные распределения полей, индуцированных в плазме пучком в условиях развития в системе кинетической пучковой неустойчивости.

I. В сильноточной плазменной СВЧ электронике важную роль играют начальные поля, определяющие всю динамику резонансного взаимодействия электронного пучка с электромагнитными волнами. В работе /I/ было показано, что при инжекции в плазму сильноточного РЭП с достаточно резким фронтом динамика пучка определяется резонансным взаимодействием пучка с электромагнитным полем, созданным им же самим. В работах /I,2/ решалась линейная начально-граничная задача инжекции моноэнергетического РЭП в полуограниченный плазменный волновод и было установлено, что в результате развития гидродинамической пучковой неустойчивости индуцированные пучком поля нарастают в каждой фиксированной точке волновода как $\exp(\alpha t^{1/3})$, в то время как в точке, движущейся с групповой скоростью волн, они нарастают по закону $\exp(\Gamma_m t)$, где Γ_m – максимальный инкремент неустойчивости.

В данной статье результаты работ /I,2/ обобщаются на случай пучка с тепловым разбросом по скоростям, когда в системе оказывается возможным развитие кинетической пучковой неустойчивости. Постановка задачи полностью аналогична /I,2/: в момент $t = 0$ в плоскости $z = 0$ начинается инжекция в холодную электронную плазму РЭП с тепловым разбросом по продольным скоростям, т.е. в этой плоскости функция распределения электронов пучка имеет вид

$$f_b(z = 0) = \frac{n_b(t, r)\gamma}{\sqrt{2\pi mT}} \left(1 - \frac{uv_z}{c^2}\right) \exp\left[-\frac{\gamma^2\left(p_z - u\sqrt{m^2 + p_z^2/c^2}\right)^2}{2mT}\right], \tag{I}$$

который соответствует максвелловскому распределению в системе покоя пучка. Здесь $\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}$, где u – средняя направленная скорость электронов, p_z – продольный импульс, m – масса покоя электрона, $n_b(t, r)$ – плотность электронов пучка в лабораторной системе координат, а T – их температура в собственной системе. Предполагается, что волновод помещен в сильное продольное магнитное поле, полностью замораживающее поперечное движение электронов. Необходимо найти пространственное и временное распределение индуцированных пучком электромагнитных полей.

Уравнения Максвелла для электромагнитных полей в волноводе будем решать при нулевых начальных значениях и граничных условиях обращения в нуль тангенциальных составляющих электрического поля на боковой поверхности ($r = R$) и торце ($z = 0$) волновода, а также $E_z(z = 0) = 0$. Последнее соответствует невозмущенному току пучка в плоскости инжекции. Систему уравнений Максвелла для возбуждаемой пучком аксиально-симметричной E-волны удобно свести к одному уравнению относительно продольной составляющей E_z, которое будем решать, как и в /I,2/, с помощью преобразования Лапласа по переменным t и z и разложения по собственным радиальным функциям цилиндрического волновода. Считаем, что плотность пучка значительно меньше плотности плазмы ($n_b \ll n_p$), а время нарастания плотности пучка до максимального установившегося значения n_o в процессе инжекции (длительность фронта) мало по сравнению с обратным инкрементом пучковой неустойчивости ($t_o \ll \Gamma_m^{-1}$). В результате получим

$$E_z = \frac{2E_o}{(2\pi i)^2} \int_0^{\tau_o} d\xi \, \frac{d}{d\xi}\left(\frac{n_b(\xi)}{n_o}\right) \sum_{s=1}^{\infty} \frac{J_o(\mu_s r/R)}{\mu_s J_1(\mu_s)} \times \tag{2}$$
$$\times \int dp\,dq \left[\frac{J_+(\beta)}{q + \alpha p} - \frac{q}{q^2 - \alpha^2 p^2 u^2/c^2}\right] \frac{e^{q\xi + p(\tau - \xi)}}{D_s(p, q)}.$$

Здесь введены обозначения

$E_0 = -4\pi eun_0/\omega_p$, $\omega_p^2 = 4\pi e^2 n_p/m$, $\omega_b^2 = 4\pi e^2 n_0/m$, $v_T^2 = T/m$,

$\tau = \omega_p t$, $\zeta = \omega_b z/u\gamma^{3/2}$, $\lambda_s = \mu_s \gamma u/\omega_p R$, $\alpha = \omega_p \gamma^{3/2}/\omega_b$, $\varkappa = \gamma^2 u/v_T$,

$\beta = -(u/v_T)(q+\alpha p)(q+\alpha pu^2/c^2)^{-1}$, μ_s – корни функции Бесселя, $J_0(\mu_s) = 0$, J_+ – известная функция /3/, а

$$D_s(p,q) = 1 + p^2 - \frac{\lambda_s^2}{1-\gamma^2(1-q^2/\alpha^2p^2)} - \frac{\varkappa^2 p^2}{\gamma^4}\,\frac{1-J_+(\beta)}{(q+\alpha pu^2/c^2)^2},$$

причем интегрирование по p и q проводится по прямым, параллельным мнимой оси и лежащим правее всех особенностей подынтегральной функции.

2. Приступая к анализу выражения (2), прежде всего отметим, что генерация индуцированных полей в плазме происходит только на фронте пучка. Поэтому интегрирование в (2) по ξ проводится до $\tau_0 = \omega_p t_0$. Нарастающий фронт пучка порождает широкий спектр волн, который потом сильно меняется из-за разного характера их взаимодействия с пучком. Естественно, это изменение становится заметным только по прошествии времени $t > \Gamma_m^{-1} \gg t_0$. Поэтому имеет смысл проанализировать (2) в асимптотическом пределе $t \gg t_0$ (т.е. $\tau \gg \tau_0$).

Не вдаваясь в подробности интегрирования выражения (2), приведем здесь лишь окончательные результаты. Их удается получить в двух предельных случаях $\beta \gg 1$ и $\beta = -1 + \delta$ при $\delta \ll 1$. В пределе $\beta \gg 1$, соответствующем моноэнергетическому электронному пучку /I,2/, получаем

$$E_z = \sum_{s=1}^{s_0} \frac{2E_0 J_0(\mu_s r/R)e^{\sqrt{3}\varphi_s}}{\mu_s J_1(\mu_s)\sqrt{8\pi\psi_s(1-\lambda_s^2)}} \int_0^{\tau_0} d\xi \frac{d}{d\xi}\left(\frac{n_b(\xi)}{n_0}\right) \times \tag{3}$$
$$\times \sin\left[\sqrt{1-\lambda_s^2}(\tau - \xi) - \psi_s + \frac{\pi}{12}\right],$$

где s_0 – наибольшее из целых чисел, удовлетворяющих условию $\lambda_s < 1$ (максимальная возбуждаемая пучком радиальная мода); остальные обозначения следующие:

$$\tau = \omega_p(t - z/u), \quad \psi_s = \frac{3}{4}\left(\tau\sqrt{1-\lambda_s^2}\right)^{1/3}\left(\xi - \tau\frac{\omega_b\sqrt{\gamma}}{\omega_p}\frac{\lambda_s^2}{1-\lambda_s^2}\right)^{2/3},$$

$$\varphi_s = \psi_s\left\{1 - \frac{v_T^2}{u^2\gamma^2}\left(\frac{n_p}{n_o}\right)^{2/3}\left[(1-\lambda_s^2)\frac{\omega_p\gamma^{3/2}}{\omega_b}\frac{\xi}{\tau} - \lambda_s^2\gamma^2\right]^{2/3}\right\}.$$

Здесь учтены малые тепловые поправки, определяющие условие применимости приближения моноэнергетического пучка

$$v_T/u \ll \gamma(n_o/n_p)^{1/3}. \tag{4}$$

Из формулы (3) видно, что в системе координат, движущейся с групповой скоростью s-ой радиальной моды, т.е. в плоскости

$$z = v_{gs}t = \frac{2}{3}ut\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\lambda_s^2\gamma^2}{1 + \lambda_s^2\gamma^2u^2/c^2}\right), \tag{5}$$

зависимость этой моды от t дается простой формулой

$$E_{zs} \sim \frac{e^{\Gamma_s t}}{\sqrt{\Gamma_s t}}\int_0^{t_o} d\xi\,\frac{d}{d\xi}\left(\frac{n_b(\xi)}{n_o}\right)\sin\left[\frac{1}{3}\sqrt{1-\lambda_s^2}\,\omega_p(t-\xi) - \frac{\Gamma_s t}{\sqrt{3}} + \frac{\pi}{12}\right], \tag{6}$$

где Γ_s - инкремент развития гидродинамической пучковой неустойчивости

$$\Gamma_s = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\omega_p}{\gamma}\left[\frac{n_o}{2n_p}\frac{(1-\lambda_s^2)^{3/2}}{1 + \lambda_s^2\gamma^2u^2/c^2}\right]^{1/3}. \tag{7}$$

В формулах (5)-(7) мы пренебрегли тепловыми поправками и поэтому они полностью соответствуют полученным в работе /2/.

Рассмотрим теперь обратный предел электронного пучка с большим тепловым разбросом, когда $\beta = -1 + \delta$ при $\delta \ll 1$. Будем считать выполненным неравенство

$$(v_T/u)^2 \gg \gamma n_o/n_p, \tag{8}$$

которое, вообще говоря, не является полностью обратным (4). В результате для временной зависимости s-ой моды поля в системе волны, т.е. при

$$z = v_{gs}t = ut\left(1 + 2\frac{\alpha^2}{\varkappa^3}\frac{1-\lambda_s^2}{1+2\alpha^2\lambda_s^2\gamma^2/\varkappa^3}\right)^{-1}, \tag{9}$$

получаем следующее соотношение

$$E_{zs} = \frac{E_o J_o(\mu_s r/R)e^{\Gamma_s t}}{\mu_s J_1(\mu_s)\sqrt{2\pi\Gamma_s t}(1-\lambda_s^2)^{3/4}}\int_0^{t_o} d\xi\,\frac{d}{d\xi}\left(\frac{n_b(\xi)}{n_o}\right)\times$$
$$\times \sin\left[\sqrt{\frac{8e}{\pi}}\,\frac{\alpha^2}{\varkappa^2}(1-\lambda_s^2)\Gamma_s(t-\xi)+\frac{\pi}{6}\right], \tag{10}$$

где

$$\Gamma_s = \sqrt{\frac{\pi}{2e}}\,\frac{\omega_p}{\varkappa}\,\frac{\sqrt{1-\lambda_s^2}}{1+2(1+\lambda_s^2\gamma^2u^2/c^2)\alpha^2/\varkappa^3} \tag{11}$$

– инкремент развития кинетической неустойчивости в рассматриваемых условиях (8). Следует отметить, что при уменьшении теплового разброса по скоростям инкремент кинетической неустойчивости (11) проходит через максимум при

$$v_T = u\gamma(n_o/4n_p)^{1/3}(1+\lambda_s^2\gamma^2u^2/c^2)^{-1/3} \tag{12}$$

и в максимуме примерно равен половине гидродинамического инкремента (7). Любопытно, что это достигается в плоскости, движущейся с групповой скоростью гидродинамической неустойчивости, т.е. в плоскости (5).

В зависимости от величины теплового разброса в пучке возбуждаемое пучком поле в плазме ведет себя следующим образом.

При $v_T \leqslant u_z = u\sqrt{\gamma n_o/n_p}$ поле нарастает с инкрементом гидродинамической неустойчивости (7). Если $u_z \ll v_T \ll u_K = u\gamma\sqrt[3]{n_o/n_p}$, одновременно проявляются как гидродинамическая, так и кинетическая неустойчивости, причем первая имеет место в основном объеме пучка, а вторая лишь вблизи его фронта. Наконец, при достаточно большой температуре пучка, когда $v_T \geqslant u_K$, поле в основной области пучка нарастает с инкрементом кинетической неустойчивости (II).

В заключение отметим, что полученные результаты применимы до тех пор, пока амплитуда индуцированного поля мала по сравнению с полем захвата электронов волнами. В противном случае необходимо решать нелинейную задачу, в которой начальное распределение поля в волноводе описывается формулой (2).

Поступила в редакцию
28 июня I980 г.

Литература

I. А. А. Рухадзе, В. Г. Рухлин, В. В. Северьянов, Физика плазмы, 4, 463 (I978).
2. А. А. Рухадзе, В. Г. Рухлин, В. В. Северьянов, Краткие сообщения по физике ФИАН № IO, 23 (I978).
3. В. П. Силин, А. А. Рухадзе. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред , М., Атомиздат, I96I г.
4. А. А. Рухадзе, Л. С. Богданкевич, С. Е. Росинский, В. Г. Рухлин. Физика сильноточных релятивистских электронных пучков , М., Атомиздат, I980 г.