Краткие сообщения по физике № 5 1981

ИОННО-ЗВУКОВЫЕ СОЛИТОНЫ В ПЛАЗМЕ С ДВУХТЕМПЕРАТУРНОЙ ФУНКЦИЕЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ

О. Н. Крохин, С. П. Цыбенко

УДК 533.9

Получены условия, при которых в плазме с двухтемпературной функцией распределения могут существовать солитоны сжатия и разрежения. В одном из частных случаев найдено новое решение для стационарной уединенной волны.

Энергетический спектр электронов, возникающий в результате поглощения лазерного излучения с высокой плотностью потока энергии в плазме, хорошо описывается двухкомпонентным распределением, причем "холодные" или тепловые электроны имеют температуру $T_2 \cong 1$ кэВ, а "горячие", или "надтепловые", электроны имеют температуру $T_1 \simeq 10$ кэВ /I-3/. Поэтому вопрос о ионно-звуковых солитонах в плазме с двумя электронными температурами, который рассматривается здесь, является вполне закономерным и актуальным.

Подробно ионно-звуковые нелинейные волны были изучены в работе /4/ для плазмы с одной электронной температурой. В работе /5/ было показано аналитически и численно, что в плазме с двумя электронными температурами могут существовать как солитоны уплотнения так и солитоны разрежения плотности.

Рассмотрим ионно-звуковые нелинейные волны в одномерном случае, полагая, что амплитуды волн малы. Система уравнений для ионного звука имеет вид:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(nv) = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{e}{M}\frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0, \tag{I}$$
$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -4\pi e\left[n - n_{10}\exp(e\varphi/T_1) - n_{20}\exp(e\varphi/T_2)\right],$$

где n – ионная плотность, v – скорость ионов, φ – кулоновский потенциал, n_{10}, T_1 и n_{20}, T_2 – невозмущенные электронные плотности и температуры "горячих" и "холодных" электронов соответственно. При этом предполагается, что распределение каждой электронной компоненты в потенциале φ описывается формулой Больцмана, что справедливо, если $T_{ef}/T_{1,2} \ll M/m_e$, $T_{ef} = (\alpha_1/T_1 + \alpha_2/T_2)^{-1}$, $\alpha_1 = n_{10}/n_0$, $\alpha_2 = n_{20}/n_0$, n_0 – невозмущенная ионная плотность. В системе (I) перейдем к безразмерным переменным: $n' = n/n_0$, $\Phi = e\varphi/T_{ef}$, $v' = v/v_s$, $t' = \omega_{pi}t$, $x' = x/\lambda_D$.

Как обычно, ищем стационарные решения системы (I). Тогда все величины будут функциями переменной $\xi = x' - Mt'$, где M – скорость распространения волны. Используя условие, что в невозмущенном состоянии $\Phi = 0$, $v' = 0$, $n' = 1$, интегралы первых двух уравнений подставляем в третье:

$$\frac{d^2\Phi}{d\xi^2} = - M(M^2 - 2\Phi)^{1/2} + \alpha_1 \exp\left(\frac{T_{ef}}{T_1}\Phi\right) + \alpha_2 \exp\left(\frac{T_{ef}}{T_2}\Phi\right). \quad (2)$$

Интеграл уравнения (2) с граничным условием $d\Phi/d\xi \to 0$ и $\Phi \to 0$ при $\xi \to \pm\infty$ дает искомое уравнение

$$\frac{1}{2}\left(\frac{d\Phi}{d\xi}\right)^2 + M^2\left[1 - \left(1 - \frac{2\Phi}{M^2}\right)^{1/2}\right] + \frac{\alpha_1 T_1}{T_{ef}}\left[1 - \exp\left(\frac{T_{ef}}{T_1}\Phi\right)\right] + \frac{\alpha_2 T_2}{T_{ef}}\left[1 - \exp\left(\frac{T_{ef}}{T_2}\Phi\right)\right]. \quad (3)$$

Условие $U(\Phi_m) = 0$, где

$$U(\Phi) = M^2\left[1 - \left(1 - \frac{2\Phi}{M^2}\right)^{1/2}\right] + \frac{\alpha_1 T_1}{T_{ef}}\left[1 - \exp\left(\frac{T_{ef}}{T_1}\Phi\right)\right] + \frac{\alpha_2 T_2}{T_{ef}}\left[1 - \exp\left(\frac{T_{ef}}{T_2}\Phi\right)\right]$$

определяет дисперсионное уравнение для солитона, устанавливающее связь между скоростью распространения волны и ее амплитудой.

Уравнение $U(\Phi_m) = 0$ удобно записать в виде:

$$M^2 = \frac{1}{2}\left\{\frac{\alpha_1 T_1}{T_{ef}}\left[1 - \exp\left(\frac{T_{ef}}{T_1}\Phi_m\right)\right] + \frac{\alpha_2 T_2}{T_{ef}}\left[1 - \exp\left(\frac{T_{ef}}{T_2}\Phi_m\right)\right]\right\}^2 \times$$

$$\times\left\{\frac{\alpha_1 T_1}{T_{ef}}\left[\exp\left(\frac{T_{ef}}{T_1}\Phi_m\right) - 1\right] + \frac{\alpha_2 T_2}{T_{ef}}\left[\exp\left(\frac{T_{ef}}{T_2}\Phi_m\right) - 1\right] - \Phi_m\right\}^{-1}. \qquad (4)$$

В /5/ численно было показано, что либо существуют солитоны уплотнения любых амплитуд, тогда солитоны разрежения возникают при $|\Phi| \geqslant |\Phi_o| \neq 0$, где Φ_o – некоторая конечная величина, либо, наоборот, существуют солитоны разрежения любых амплитуд, тогда солитоны уплотнения появляются при $\Phi \geqslant \Phi_o \neq 0$.

Уравнение (4) дает пороговое условие для солитонов, если положить $M = I$. Для малых амплитуд, разлагая экспоненты и ограничиваясь членами Φ_m^4, получим аналитическую зависимость:

$$\Phi_m^* = (\Delta - 3)\Big/\left(\Delta + \frac{3}{4} - \frac{1}{4}\,\frac{T_{ef}^3}{T_a^3}\right), \qquad (5)$$

где $\Delta = (\alpha_1/T_1^2 + \alpha_2/T_2^2)T_{ef}^2, T_a^3 = (\alpha_1/T_1^3 + \alpha_2/T_2^3)^{-1}$. При $\Delta - 3 > 0$ в плазме существуют солитоны уплотнения при $\Phi_m \geqslant \Phi_m^*$ и солитоны разрежения любой амплитуды; при $\Delta - 3 < 0$, существуют солитоны разрежения при $|\Phi_m| \geqslant |\Phi_m^*|$ и солитоны уплотнения любой амплитуды. Запишем уравнение (3) ограничиваясь в разложении членами Φ^4:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{d\Phi}{d\xi}\right)^2 + A\Phi^2 + B\Phi^3 + C\Phi^4 = 0, \qquad (6)$$

где $A \cong -(1/2!)(M^2 - 1)$, $B \cong (1/3!)(3 - \Delta)$, $C \cong (1/4!)(15 - T_{ef}^3/T_a^3)$. Если $|3 - \Delta| \cong 1$, то удерживать последний член в разложении (6) нет смысла:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{d\Phi}{d\xi}\right)^2 + A\Phi^2 + B\Phi^3 = 0. \qquad (7)$$

Это уравнение (7) – есть обычное уравнение Кортевега – де Вриза, его решение:

$$\Phi = \left(-\frac{A}{B}\right)\mathrm{sech}^2\left[\left(-\frac{A}{2}\right)^{1/2}(x' - Mt')\right]. \qquad (8)$$

Из (8) следует, что при $\Delta - 3 < 0$ имеем солитоны уплотнения, при $\Delta - 3 > 0$ существуют солитоны разрежения /5/.

В случае $|\Delta - 3| \ll 1$ имеем уравнение:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{d\Phi}{d\xi}\right)^2 + A\Phi^2 + C\Phi^4 = 0,$$

решение которого имеет вид:

$$\Phi = \pm\left(-\frac{A}{C}\right)^{1/2}\mathrm{sech}\left[(-2A)^{1/2}(x' - Mt')\right]. \qquad (9)$$

Следует заметить, что при $|\Delta - 3| \ll 1$ могут одновременно существовать солитоны разрежения и солитоны уплотнения любых амплитуд.

Таким образом, в плазме с двумя электронными температурами коэффициент перед кубической нелинейностью меняет знак, что обуславливает появление солитонов разрежения. При этом оказывается, что для достаточно больших амплитуд нелинейные эффекты определяются следующим за кубическим членом в разложении (6), который содержит четвертую степень амплитуды, а это приводит к тому, что солитоны разрежения и солитоны уплотнения могут существовать одновременно, а значит в плазме могут существовать области сжатий и разрежений, распространяющиеся с одной скоростью. Остается заметить, что знак выражения $(3 - \Delta)$ совпадает со знаком d^2P/dV^2. Известно /6/, что знак выражения d^2P/dV^2 определяет гидродинамические свойства жидкости.

Поступила в редакцию
20 февраля 1981 г.

Литература

1. K. Estabrook, W. L. Kruer, Phys. Rev. Lett., 40, 42 (1978).
2. W. C. Mead, et. al., Phys. Rev. Lett., 37, 489 (1976).
3. Н. Е. Андреев, В. П. Силин, ЖЭТФ, 78, 1396 (1980).
4. Р. З. Сагдеев, в сб. Вопросы теории плазмы, вып. 4, 1964 г., с. 20.

5. B. Buti, Доклад в Международном центре теоретической физики, Триест, октябрь, 1979 г., Report IC/79/143.
6. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер, Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений, Физматгиз, М., 1966 г., гл. XI.