Краткие сообщения по физике № 6 1981

ВЛИЯНИЕ МАССОПЕРЕНОСА НА СПЕКТР ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН В ИСПАРЯЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

А. А. Самохин

УДК 535.2II:536.4

Показано, что поток массы через фазовую границу приводит к дополнительному затуханию гидродинамических возмущений на поверхности испаряющейся жидкости.

Одним из основных вопросов теории неравновесных фазовых превращений является проблема устойчивости фронта фазового перехода /I/. Для случая интенсивного испарения этот вопрос исследовался в работах /2,3/ в рамках различных вариантов тепловой модели (задача Стефана) без учета гидродинамических эффектов. Однако, как уже отмечалось ранее /4-7/, гидродинамические эффекты играют определяющую роль в поведении возмущений на поверхности испаряющейся жидкости. Дисперсионное уравнение для таких возмущений было получено в работе /8/ при некоторых упрощающих предположениях.

Роль гидродинамических эффектов обусловлена тем фактом, что вариации испарительного давления, которые возникают при модуляции температурного распределения поверхностными волнами, оказывают на поведение границы раздела существенно большее влияние, чем соответствующие вариации скорости испарения.

Модуляция температуры поверхности возникает только при наличии координатной зависимости у невозмущенного температурного профиля $T(z)$ в глубине жидкости. Если $T(z) = const$, то такая модуляция в линейном приближении отсутствует. В обозначениях работы /8/ этому случаю соответствуют значения $T_s = \alpha^{-1} = 0$, при которых функция отклика f обращается в нуль.

В подобной ситуации, когда непосредственное влияние испарительного давления отсутствует, на первый план выступают другие эффекты, которые раньше можно было не учитывать. В данной работе рассматривается влияние потока массы через фазовую границу на спектр поверхностных гидродинамических возмущений.

Влияние фазового перехода на дисперсионное соотношение для поверхностных волн качественно отличается от других случаев движения жидкости, которые не сопровождаются массопереносом через границу раздела. Если, например, жидкость движется вдоль поверхности раздела со скоростью V, то изменение дисперсионной зависимости соответствует обычному эффекту Доплера, т.е. частота $\omega_0(k)$ заменяется на $\omega_0 + kV$. При движении жидкости вместе с фазовой границей вдоль оси z дисперсионное соотношение остается неизменным. В этих двух случаях жидкость и граница раздела движутся как одно целое. При фазовом переходе граница раздела перемещается относительно жидкости, что приводит к дополнительной зависимости от времени в пространственных аргументах скорости и давления (см. формулу (I)) и к соответствующему изменению дисперсионного уравнения.

Если фазовый фронт перемещается по неподвижной жидкости со скоростью V, то для потенциала скорости Φ в лабораторной системе координат имеем

$$\Phi = \Phi_0 \exp[i\omega t - ikx - k(z - Vt)], \quad z \geqslant z_0(t) = Vt. \qquad (I)$$

Из уравнения Эйлера для несжимаемой жидкости обычным образом получаем линеаризованную связь между давлением p и потенциалом скорости

$$\rho\partial\Phi/\partial t = \rho g z - p. \qquad (2)$$

Подстановка этого соотношения в граничное условие на поверхности раздела дает

$$\rho\partial\Phi/\partial t = \rho g h - \sigma\partial^2 h/\partial x^2, \qquad (3)$$

где ρ и σ обозначают плотность и коэффициент поверхностного натяжения, g – ускорение свободного падения, h – малое отклонение фазовой поверхности от невозмущенного положения $z = z_0(t)$.

Дифференцируя формулу (3) по времени при $z_o(t) = \mathrm{const}$, получаем в итоге дисперсионное уравнение

$$\omega^2 - i\omega kV = kg + k^3\sigma/\rho = \omega_o^2(k). \qquad (4)$$

Такое же уравнение получается, разумеется, при рассмотрении гидродинамической задачи в координатной системе, связанной с движущимся фронтом испарения. Для несжимаемой жидкости с коэффициентом вязкости ν уравнение (4) заменяется на следующее:

$$\omega_o^2 + (i\omega + 2\nu k^2)(i\omega + 2\nu k^2 + kV) = 4(k\sqrt{\nu})^3(i\omega + \nu k^2)^{1/2}. \qquad (5)$$

Таким образом, поток массы через фазовую границу приводит к дополнительному затуханию волн на поверхности испаряющейся жидкости. При слабой диссипации величина соответствующего декремента равна $kV/2$. В случае конденсации скорость фронта $V < 0$, что формально означает нарастание возмущений на поверхности раздела. Необходимо иметь в виду однако, что в таком случае трудно обеспечить однородность температурного распределения в жидкости и избавиться от эффектов, связанных с модуляцией температуры поверхности и давления.

Приведем в заключение дисперсионное уравнение для гидродинамических возмущений на поверхности испаряющейся жидкости, в котором кроме испарительного давления учитывается также диссипативное влияние массопереноса и отличие гидродинамической скорости на поверхности жидкости от скорости самой поверхности раздела

$$\omega^2 = \omega_o^2 + i\omega k\left[V - \frac{fp_1'}{\rho V'}\left(1 + i\sigma\,\frac{k^2 V'}{\omega p_1'}\right)\right], \qquad (6)$$

где

$$f = E(f_1 - f_2)(E_1 - Ef_1 + q_o/q)^{-1},$$

$$f_1 = \left(1 + \frac{\chi k^2}{i\omega}\right)\left[\frac{\alpha A}{q - q_o - \alpha} - \frac{q(1 - A)}{q_o}\right], \qquad (7)$$

$$f_2 = \frac{\alpha A}{q - q_o - \alpha - k} - \frac{q(1 - A)}{q_o + k}, \quad E = T_s\frac{V'}{V}, \quad E_1 = \frac{(LV)'}{cV}$$

$$i\omega/\chi = q_o(q_o - q) - k^2.$$

Остальные обозначения в (6), (7) имеют тот же смысл, что и в работе /8/. Последний член в правой части (6) обусловлен отличием скорости испаряющейся поверхности от гидродинамической скорости жидкости (отметим, что в условиях развитого испарения обычно $\rho V V^{0} \ll p_1^{0}$ и $\sigma V^{0} \lesssim \chi p_1^{0}$). Дисперсионное соотношение (6) переходит в уравнение (8) из /8/ при $\chi k^2 < \omega$ и $\rho V V^{0} < \chi p_1^{0}$.

Поступила в редакцию
23 декабря 1980 г.

Литература

1. J. S. Langer, Rev. Mod. Phys., 52, 1 (1980).
2. А. М. Искольдский и др., ДАН СССР, 236, 1346 (1977).
3. С. И. Анисимов, М. И. Трибельский, Я. Г. Эпельбаум, ЖЭТФ, 78, 1597 (1980).
4. H. J. Palmer, J. Fluid Mech., 75, 487 (1976).
5. Е. Д. Никитин, П. А. Павлов, в сб. Теплофизика метастабильных систем, УНЦ АН СССР, Свердловск, 1977 г., стр. 62.
6. А. И. Коротченко, А. А. Самохин, ФизХОМ № 6, 3 (1978).
7. А. А. Самохин, А. Б. Успенский, Препринт ФИАН № 143, 1979 г.
8. А. А. Самохин, Краткие сообщения по физике ФИАН № 8, 26 (1980).