Краткие сообщения по физике № 6 1981

ПРИМЕР ДИССИПАТИВНОЙ СТРУКТУРЫ В ОПТИКЕ

Т. М. Махвиладзе, М. Е. Сарычев

УДК 536.75

Показано, что в открытом оптическом резонаторе с периодическими границами может возникать диссипативная структура, проявляющаяся в виде специфического пространственного распределения амплитуды поля (эффект "кристаллизации" поля).

В последние годы в ряде областей физики, химии и биологии интенсивно развивается представление о диссипативных структурах /I-3/ - упорядоченных временных или пространственных конфигурациях, которые возникают в открытых системах вдали от равновесного состояния. В настоящем сообщении рассматривается пример диссипативной структуры в оптической системе - оптическом резонаторе с периодическими границами, детальному исследованию которого была посвящена работа /4/.

Рассмотрим собственные колебания оптического поля в системе, состоящей из двух бесконечных пластин, поверхности которых определяются соотношениями: $z = \pm 1$, $-\infty < x, y < +\infty$. Пусть одна из пластин (при $z = -1$) является идеально отражающей, а вторая ($z = 1$) имеет зависящий от x, y амплитудный коэффициент отражения $T(x,y)$ (дифракционная решетка). Взяв зависимость поля от времени в виде $\exp(-i\omega t)$ ($\omega = ck$, k - волновое число), будем исходить из скалярного волнового уравнения для какой-либо компоненты W электромагнитного поля $(\Delta + k^2)W = 0$, решение которого представим в виде

$$W(x,y,z) = \Phi_1(x,y,z)\exp(ikz) - (-1)^q\Phi_2(x,y,-z)\exp(-ikz),$$

где $\Phi_1(x,y,z)$ определяет поле набегающей волны, $\Phi_2(x,y,-z)$ - вызванное им дифракционное поле (q - целое число). Считая далее для простоты, что коэффициент отражения, а следовательно, и поле в резонаторе не зависят от y: $T = T(x)$, $\Phi_1 = \Phi_1(x,z)$, $\Phi_2 = \Phi_2(x,-z)$, и переходя к безразмерным координатам $\xi = x\sqrt{k/2l}$, $\zeta = z/2l$, в силу выполнения для оптического излучения условия $l \operatorname{Re} k \gg 1$ получим:

$$\frac{\partial^2\Phi_r}{\partial\xi^2} + 2i\frac{\partial\Phi_r}{\partial\zeta} = 0, \quad r = 1,2. \tag{I}$$

Компоненты поля при $\zeta = -1/2$ удовлетворяют граничному условию $W(\xi,-1/2) = 0$ (идеально проводящая пластина); другие граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} f_1(\xi) &\equiv \Phi_1(\xi,-1/2) = \exp(i\chi)\Phi_2(\xi,1/2),\\ f_2(\xi) &\equiv \Phi_2(\xi,-1/2) = \exp(i\chi)T(\xi)\Phi_1(\xi,1/2), \end{aligned} \tag{2}$$

где $\chi = 2kl - \pi q$. Используя функцию Грина уравнения (I) и граничные условия (2), легко показать /4/, что задача о собственных колебаниях сводится к решению системы линейных однородных интегральных уравнений для $f_1(\xi)$ и $f_2(\xi)$.

В случае синусоидального коэффициента отражения

$$T(\xi) = 1 - \beta(1 + m\cos\alpha\xi),$$

где $\alpha = (2\pi/p)\sqrt{2l/k}$, p – период решетки, $0 \leqslant \beta \leqslant 1/2$, $0 \leqslant m \leqslant 1$, решения граничной задачи (2) при произвольных значениях длины волны λ, периода решетки p и расстояния $L = 2l$ являются периодическими по ξ колебаниями вида:

$$f_r(\xi) = \exp(iS_j\xi)\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^{(r)}(\alpha,S_j)\exp(in\alpha\xi),$$

где величины S_j имеют смысл x-компоненты волнового вектора оптического поля и принимают любые действительные значения, а коэффициенты $A_n^{(r)}$ представляются в виде рядов по степеням параметра $\beta m \leqslant 1/2$. Поля $f_r(\xi)$ представляют собой моды вида $\exp(iS_j\xi)$ с малыми, пропорциональными величинам $(\beta m)^n$, добавками высших гармоник вида $\exp\left[i(S_j \pm n\alpha)\xi\right]$.

Существенно иная картина колебаний возникает, если длина системы L равна

$$L = (2p^2/\lambda)(n_1 + n_2) \equiv \bar{L}(n_1,n_2),\ n_{1,2} = 0,\ \pm1,\ \pm2, \ldots\ (n_1 > -n_2), \tag{3}$$

а S_j определяется выражениями

$$S_j = (\pi/4)(n_1 - n_2)^2/(n_1 + n_2) \equiv \bar{S}. \tag{4}$$

Тогда коэффициенты $A_n^{(r)}$ перестают определяться разложениями по степеням параметра βm и поле в резонаторе претерпевает качественную перестройку. Например, если $(n_1 + n_2)$ – нечетное, то на периодической границе поле имеет вид

$$W(\xi,1/2) = C\left[\pi\beta/\alpha(1-\beta)^{3/4}\right]\exp\left\{(-i/4)\left[\bar{S}^2 - 2\pi(q-2j)\right]\right\}\exp(i\bar{S}\xi)\times \tag{5a}$$
$$\times\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta\left[\xi - (2n-1)\pi/2\alpha\right],$$

а в центральной плоскости $\xi = 0$

$$W(\xi,0) = C(\pi/2\alpha)\exp(-i\bar{S}^2/4)\exp(i\bar{S}\xi)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[(1/\sqrt{1-\beta} - \exp(i\pi q)) - \right. \tag{5б}$$
$$\left. - i(-1)^n\exp(-i\alpha\bar{S})(1/\sqrt{1-\beta} + \exp(i\pi q))\right]\delta\left[\xi - \pi(2n+1)/4\alpha\right],$$

где C – произвольная постоянная, j – целое число.

Важная особенность колебаний (5) – так называемых периодических мод /4/ – состоит в том, что они не зависят от амплитуды m периодической модуляции коэффициента отражения $T(\xi)$. В частности, в пределе $m \to 0$, когда модуляция $T(\xi)$ "выключается", колебания (5) тем не менее сохраняются. Другая особенность полей (5) заключается в том, что в пределе $\beta \to 0$, когда граница $\xi = 1/2$ становится идеально отражающей ($T(\xi) = 1$) и, соответственно, поле на этой границе обращается в нуль ($W(\xi,1/2) = 0$), собственные колебания в виде периодических мод опять-таки сохраняются. В частности, в центральной плоскости они описываются выражением (5б) с $\beta = 0$.

Таким образом, при выполнении условий (3), (4) рассматриваемая система аномально чувствительна к периодической модуляции коэффициента отражения на границе, даже если эта модуляция исчезающе мала. Другими словами, отсутствует непрерывность собственных колебаний по амплитуде m коэффициента отражения $T(\xi)$. Это указывает на то, что при $L = \bar{L}(n_1, n_2)$, $S_j = \bar{S}$ в системе происходит фазовый переход в состояние с периодическими модами (5). Отметим, что аналогичная ситуация имеет место при рассмотрении фазового перехода в ферромагнетиках, когда для выделения определенного направления намагниченности, следуя методу квазисредних Боголюбова, в задачу вводят затравочное магнитное поле, которое затем устремляют к нулю (при температурах ниже критической ферромагнетик аномально чувствителен к малым изменениям магнитного поля около нулевого значения – магнитная восприимчивость имеет особенность). В рассматриваемой системе для получения колебаний (5) необходимо ввести затравочную диссипацию энергии, промодулированную по ξ и задаваемую параметрами m, β.

Подчеркнем, что указанный фазовый переход, сопровождающийся образованием новой структуры поля (5), осуществляется в открытой системе, так как он связан с модуляцией коэффициента отражения, т.е. с пропусканием излучения через границу и диссипацией энергии. Для получения стационарной структуры (5) в систему должно поступать излучение извне.

Из сказанного ясно, что для данной открытой системы поля (5) имеют смысл диссипативных структур, формирующихся при изменении длины системы L. Отметим, что аналогичную роль размер системы может играть при образовании диссипативных структур в нелинейных химических реакциях с диффузией (см., например, модель "брюсселятора" /I/). Интересно, что структура поля (5а) – сумма дельта-функций – похожа на распределение плотности в одномерном идеальном кристалле с узлами в точках $x_n = (p/4)(2n - 1)$. В этом смысле возникновение диссипативной структуры (5) можно назвать эффектом "кристаллизации" поля.

В заключение отметим, что рассмотренная система описывается линейными интегральными уравнениями относительно граничных значений полей $f_{1,2}(\xi)$. Следовательно, в отличие, от известных случаев образования диссипативных структур /I-3/, описывающихся нелинейными дифференциальными уравнениями, в данном сообщении показана возможность возникновения диссипативной структуры в однокомпонентной линейной системе. При выполнении критических условий (3,4) эта структура (5) представляет собой сумму определенным образом сфазированных гармоник, т.е. при $L = \bar{L}(n_1, n_2)$ имеет место кооперативное поведение гармоник с $S_j = \bar{S}$. Возникновение диссипативной структуры такого рода связано, с тем, что граничные поля f_1 и f_2 в каждой точке t определяются распределением этих полей по всей системе, т.е. с нелокальным характером обратной связи.

Поступила в редакцию
5 февраля 1981 г.

Литература

1. Г. Николис, И. Пригожин. Самоорганизация в неравновесных системах. Мир, Москва, 1979 г.
2. В. Эбелинг. Образование структур при необратимых процессах. Мир, Москва, 1979 г.
3. Ю. М. Романовский, Н. В. Степанова, Д. С. Чернавский. Математическое моделирование в биофизике. Наука, 1975 г.
4. В. М. Марченко, Т. М. Махвиладзе, А. М. Прохоров, М. Е. Сарычев, ЖЭТФ, 74, 872 (1978).