Краткие сообщения по физике № 7 1981

О СВЯЗИ ПОВЕРХНОСТНЫХ И ОБЪЕМНЫХ ИОННО-ЗВУКОВЫХ ВОЛН В НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ

А. М. Игнатов, А. А. Рухадзе

УДК 533.537

Теоретически исследованы поверхностные ионно-звуковые волны на границе раздела двух ограниченных плазменных сред и их связь с объемными волнами.

I. Принято считать, что при пересечении двух ветвей колебаний среды учет их взаимодействия приводит к образованию щели в спектре, а в случае термодинамически неравновесной системы даже к неустойчивости /I/. Это утверждение оказывается не является универсальным, что показано ниже на примере взаимодействия поверхностных и объемных ионно-звуковых волн двух ограниченных плазменных сред.

Рассмотрим два плоско-параллельных слоя неизотермической ($T_e \gg T_i$) плазмы, граничащие друг с другом в плоскости $x = 0$: область $L \geqslant x > 0$ занимает среда I, а область $-L \leqslant x < 0$ – среда 2. Пренебрегая диссипативными процессами, обе плазмы будем описывать уравнениями одножидкостной гидродинамики (см., например, /2/). Низкочастотные ионно-звуковые колебания в такой системе можно считать потенциальными и, приняв $\Phi(\vec{r},t) = \Phi(x)\exp(-i\omega t + ik_z z)$, для $\Phi(x)$ получим уравнения

$$\begin{aligned} &\varepsilon_{i1}(\omega)\left(\frac{d^2}{dx^2} - k_z^2\right)\Phi + k_{D1}\Phi = 0, \quad x > 0, \\ &\varepsilon_{i2}(\omega)\left(\frac{d^2}{dx^2} - k_z^2\right)\Phi + k_{D2}\Phi = 0, \quad x < 0. \end{aligned} \tag{I}$$

Здесь $\varepsilon_{i\alpha}(\omega) = 1 - \omega_{i\alpha}^2/\omega^2$, $k_{D\alpha} = \omega_{e\alpha}/v_{e\alpha}$, где $\omega_{e,i\alpha}$ – ленгмюровские частоты электронов и ионов в плазменных средах $\alpha = 1,2$, а $v_{e\alpha}$ – тепловые скорости электронов. Граничные условия к уравнениям (I) записываются в виде:

$$\{\mathcal{D}\}_{x=0} = \{\varepsilon_i(\omega)d\Phi/dx\}_{x=0} = 0, \quad \Phi(L) = \Phi(-L) = 0. \tag{2}$$

В рассматриваемой модели предполагается, что размеры плазменных сред значительно превосходят дебаевские радиусы электронов, $k_{D\alpha}L \gg 1$, и при $x = \pm L$ слои ограничены металлическими поверхностями.

Решения уравнений (I) при $x > 0$ имеют вид:

$$\Phi(x) = c \begin{cases} \mathrm{sh}\left[P_1(x - L)\right], & \omega < \omega_{s1} \quad \omega > \omega_{i1}, \\ \sin\left[q_1(x - L)\right], & \omega_{s1} < \omega < \omega_{i1} \end{cases} \tag{3}$$

и, аналогично, при $x < 0$ с заменой $1 \to 2$ и $L \to -L$. Здесь введены обозначения

$$\omega^2_{s\alpha}(k_z) = \omega^2_{i\alpha}k^2_z/(k^2_z + k^2_{D\alpha}), \tag{4}$$

$$P^2_\alpha(k_z) = -q^2_\alpha(k_z) = (k^2_z + k^2_{D\alpha})(\omega^2 - \omega^2_{s\alpha})/(\omega^2 - \omega^2_{i\alpha}).$$

Подставляя решения (3) в граничные условия (2), легко получить дисперсионное уравнение для низкочастотных ионно-звуковых волн в рассматриваемой системе. Ниже для определенности принимается $\omega_{i1} > \omega_{i2}$ (т.е. $n_1 > n_2$) и $v_{e1} > v_{e2}$ (т.е. $T_{e1} > T_{e2}$)[*]. этом искомое дисперсионное уравнение записывается в виде:

$$\varepsilon_{i1}(\omega)P_1\mathrm{cth}(P_1L) + \varepsilon_{i2}(\omega)P_2\mathrm{cth}(P_2L) = 0, \tag{4а}$$

если $\omega_{i2} < \omega < \omega_{1s}$, или $\omega < \omega_{2s}$ (поверхностная волна),

$$\varepsilon_{i1}(\omega)q_1\mathrm{ctg}(q_1L) + \varepsilon_{2i}(\omega)P_2\mathrm{cth}(P_2L) = 0, \tag{4б}$$

*) Другие возможные случаи могут быть исследованы аналогичным образом и принципиально не отличаются от рассматриваемого.

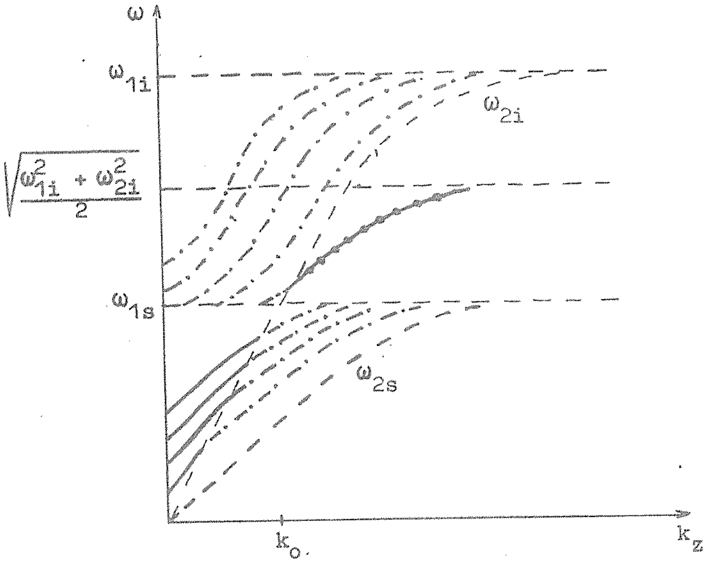
при $\omega > \omega_{2i}$, ω_{1s} и

$$\varepsilon_{i2}(\omega) q_2 ctg(q_2 L) + \varepsilon_{i1}(\omega) P_1 cth(P_1 L) = 0, \tag{4в}$$

при $\omega_{2s} < \omega < \omega_{2i}$, ω_{1s} (поверхностно-объемные волны), и, наконец,

$$\varepsilon_{i1}(\omega) q_1 ctg(q_1 L) + \varepsilon_{i2}(\omega) q_2 ctg(q_2 L) = 0, \tag{4г}$$

если $\omega_{1s} < \omega < \omega_{2i}$ (объемные волны).



Р и с. I. Качественный вид решений уравнений (4)

2. Качественный вид решений уравнений (4) представлен на рис. I. При этом участки спектра, соответствующие объемным волнам, даны сплошной линией, поверхностно-объемным волнам - штрих-пунктирной линией, а участки спектра, соответствующие поверхностным волнам, отмечены точками. Из рис. I видно, что в области частот $\omega < \omega_{2i}$ все ветви спектра начинаются при $k_z = 0$ и асимптотичееки стремятся при $k_z \to \infty$ к ω_{2i}. В области частот

$\omega > \omega_{2i}$ нижняя ветвь, соответствующая поверхностной волне, начинается на прямой $\omega = \omega_{2i}$, касаясь ее в точке $k_z = k_o - a/L$, где $\omega_{1s}(k_o) = \omega_{2i}$, а величина $a \sim 1$ (решение уравнения (4б) существует только при $k_z > k_o - a/L$. При $k_z \to \infty$ частота поверхностной волны стремится к $\sqrt{(\omega_{i1}^2 + \omega_{i2}^2)/2}$. Все остальные вышележащие ветви спектра соответствуют поверхностно-объемным волнам и начинаются либо касаясь прямой $\omega = \omega_{2i}$ левее точки $k_z = k_o - a/L$, либо при $k_z = 0$, причем при $k_z \to \infty$ асимптотически стремятся к ω_{i1}

Аналитическое выражение удается получить для спектра поверхностных волн в пределе $L \to \infty$. Такие волны существуют только при $k_z > k_o$ причем

$$\omega^2 = \frac{1}{2(k_{D1}^2 - k_{D2}^2)} \Big\{ 2(\omega_{i1}^2 - \omega_{i2}^2)k_z^2 + \omega_{i1}^2 k_{D1}^2 - \omega_{i2}^2 k_{D2}^2 - $$
$$- \Big[4k_z^4(\omega_{i1}^2 - \omega_{i2}^2)^2 + 4k_z^2(\omega_{i1}^2 - \omega_{i2}^2)(\omega_{i1}^2 k_{D2}^2 - \omega_{i2}^2 k_{D1}^2) + \qquad (5)$$
$$+ (\omega_{i1}^2 k_{D1}^2)^2 \Big]^{1/2} \Big\}.$$

Следует заметить, что в рассматриваемом случае низкочастотных ионно-звуковых волн также как и для высокочастотных /3/ при $L \to \infty$ точка $k_z = k_{zo}$ является точкой ветвления спектра. Однако, в отличие от высокочастотных волн, групповые скорости низкочастотных поверхностной и объемной волн в точке $k_z = k_{zo}$ не совпадают.

Существует точка зрения, что в ограниченной среде на колебания с длиной волны $\lambda \sim 1/k_x \ll L$ граница никак не влияет. Из рассмотренного примера видно, что это, вообще говоря, не так. Действительно, если положить $\Phi(0) = 0$ (считая, что при $x = 0$ плазменные среды разделены металлической поверхностью), то спектры объемных колебаний плазменных сред будут описываться уравнениями, которые получаются из уравнения (4г) приравниванием отдельных его слагаемых нулю. Легко показать, что полученные при этом спектры колебаний даже при $L \gg k_x^{-1}$ качественно отличаются от спектров объемных волн при наличии электродинамического контакта между средами, которые описываются уравнением (4г) и качественно изображены на рис. I.

Поступила в редакцию
I марта 1981 г.

Литература

I. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, Физическая кинетика, "Наука", М., 1979 г., § 64.
2. А. Ф. Александров, Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе, Основы электродинамики плазмы, "Высшая школа", М., 1978 г., § 16.
3. А. М. Игнатов, А. А. Рухадзе, Краткие сообщения по физике ФИАН № 7, 7 (1981).