

УДК 538.945

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ И ИНИЦИИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРА ПОРЯДКА В СЛОИСТЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВЫХ СТРУКТУРАХ

А. Н. Ораевский

В рамках уравнения Гинзбурга – Ландау показано, что при контакте сверхпроводниковых слоев параметр порядка в слое, температура которого ниже критической, инициирует параметр порядка в другом слое, температура которого выше критической.

Введение. Слоистые сверхпроводники всегда пользовались вниманием исследователей [1], которое усилилось с момента открытия ВТСП [2 – 5]: ведь перовскиты, основной объект исследований по ВТСП, имеют слоистую структуру. Авторы работы [3] обнаружили зависимость критической температуры слоистого сверхпроводящего образца от толщины слоя изолятора. В работе [5] анализировался параметр порядка в слоистых сверхпроводниковых структурах с комплексным коэффициентом связи между слоями. Было показано, что в таких структурах при отрицательном коэффициенте связи между слоями величина параметра порядка может быть выше его значения в однородном массивном сверхпроводнике.

Эти обстоятельства побуждают к более углубленному анализу слоистых сверхпроводниковых структур, чему и посвящена настоящая заметка.

В основе последующего анализа лежит уравнение Гинзбурга – Ландау (ГЛ) [6 – 8]

$$\frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\tau} [\alpha \theta - \beta |\Psi|^2] \Psi(\mathbf{r}, t) - D \left(-i \nabla - \frac{2e}{\hbar c} \mathbf{A} \right)^2 \Psi(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

являющееся в настоящее время основой макроскопической теории сверхпроводимости [9 – 14]. В этом уравнении $\theta = (T_0 - T)/T_0$, T_0 – критическая температура массивного однородного сверхпроводника, остальные обозначения стандартные. В качестве условия на границе с вакуумом используется соотношение [6]

$$\mathbf{n} \left(i \hbar \nabla \Psi + \frac{e}{c} \mathbf{A} \Psi \right) = 0, \quad (2)$$

где \mathbf{n} – вектор нормали к поверхности сверхпроводящего образца. На границе раздела двух разных сверхпроводников естественно потребовать непрерывности параметра порядка и его производной [15]

$$\psi_1 = \psi_2, \quad \frac{d\psi_1}{d\xi} = \frac{d\psi_2}{d\xi}, \quad (3)$$

где разными индексами обозначены величины на границе раздела со стороны разных слоев. Условия на границе с другими материалами подробно обсуждаются в книге [11].

Периодические и асимптотические решения уравнения ГЛ. Проанализируем стационарные решения уравнения (1) в простейшем одномерном случае в отсутствие магнитного поля. Представим параметр порядка в виде

$$\Psi(\mathbf{r}) = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{1/2} \psi(x) \exp i\varphi(x), \quad (4)$$

где $\psi(x)$ и $\varphi(x)$ – вещественные функции, не зависящие от координат y и z . Эти функции в соответствии с (1) удовлетворяют уравнениям

$$\frac{d^2\psi}{d\xi^2} = -\psi(\theta - \psi^2) + \frac{G}{\psi^2}, \quad (5)$$

$$\frac{d\varphi}{d\xi} = \frac{G}{\psi^2}, \quad (6)$$

где $\xi = \sqrt{a}x$, $a = \alpha/D\tau$, G – произвольная константа интегрирования. В отсутствие сверхпроводящего тока $G = 0$, что и будет предполагаться в дальнейшем. В этом случае уравнение (3), кроме очевидных решений $\psi = 0$ и $\psi^2 = \theta$, имеет еще решения, определяемые уравнениями

$$\frac{d\psi}{d\xi} = \pm \sqrt{C - \theta\psi^2 + 0,5\psi^4}, \quad (7)$$

C – константа интегрирования. При $\theta > 0$ и $0 < C < \theta^2/2$ решения уравнения (7) являются периодическими. Действительно, непрерывная периодическая функция с необходимостью проходит через чередующиеся максимумы и минимумы. Из (7) следует, что в экстремальных точках

$$\psi_{ex}^2 = \theta \pm \sqrt{\theta^2 - 2C}. \quad (8)$$

Видно, что два вещественных экстремума (максимум и минимум) существуют в том случае, если $\theta > 0$ и $0 < C < \theta^2/2$.

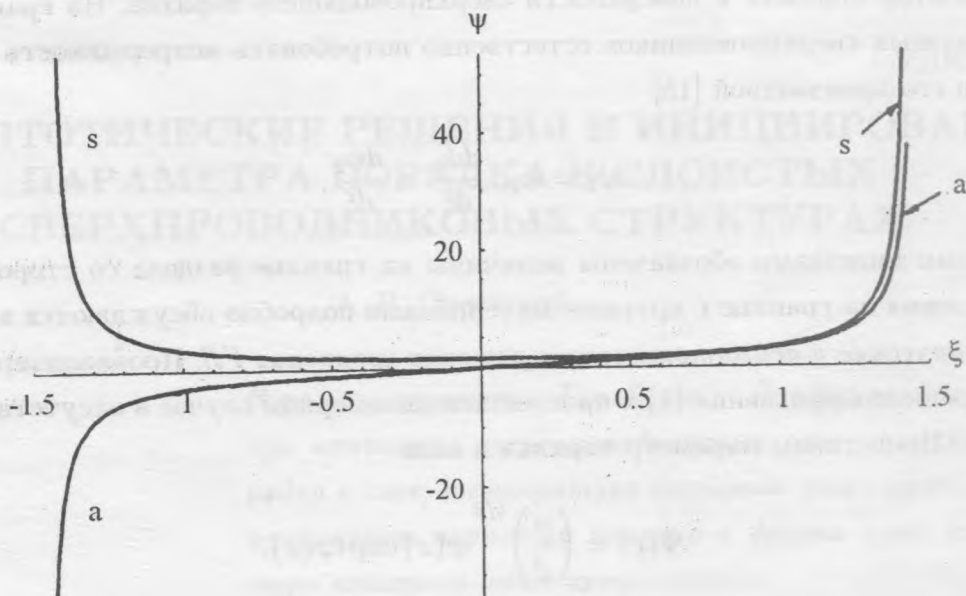


Рис. 1. Асимптотические решения уравнения (7). По оси ординат отложен параметр порядка в условных единицах. Кривая *s* соответствует значениям $\psi(0) = 1,5$, $\psi'(0) = 0$ и имеет вертикальную асимптоту $\xi_A = 1,442$. Кривая *a* соответствует значениям $\psi(0) = 0$, $\psi'(0) = 2,6$ и имеет вертикальную асимптоту $\xi_A = 1,468$.

При $C = \theta^2/2$ параметр порядка является тождественной константой ($\psi^2 = \theta$). Если же $C > \theta^2/2$, или $\theta < 0$ при любом C , или $C < 0$ при любом θ , то решения теряют периодический характер: они растут с ростом ξ , стремясь к вертикальной асимптоте (рис. 1). В таблице 1 приведены рассчитанные численно положения асимптот ξ_A в зависимости от значения параметра порядка $\psi(0)$ в точке, выбранной за начало координат.

Т а б л и ц а 1

Положение асимптот в зависимости от $\psi(0)$

$\psi(0)$	1,1	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
ξ_A	2,586	1,442	1,001	0,777	0,638	0,542	0,472	0,418	0,375

При расчете значение θ полагалось равным единице, а производная параметра порядка в начальной точке выбиралась равной нулю. Видно, что по мере увеличения $\psi(0)$

положение асимптоты сдвигается к началу координат. Таким образом, чем меньше толщина сверхпроводящего слоя, тем больше допустимое значение параметра порядка. Особенность решений, имеющих вертикальную асимптоту ("асимптотических" решений), состоит в том, что они существуют даже при отрицательных значениях параметра θ .

Граничное условие (2) в отсутствие поля требует нулевой производной на границе с вакуумом. Это условие определяет связь константы C со значением параметра порядка на границе. Решение уравнения, формально продолженное по обе стороны от граничной точки, должно быть симметричным относительно этой точки.

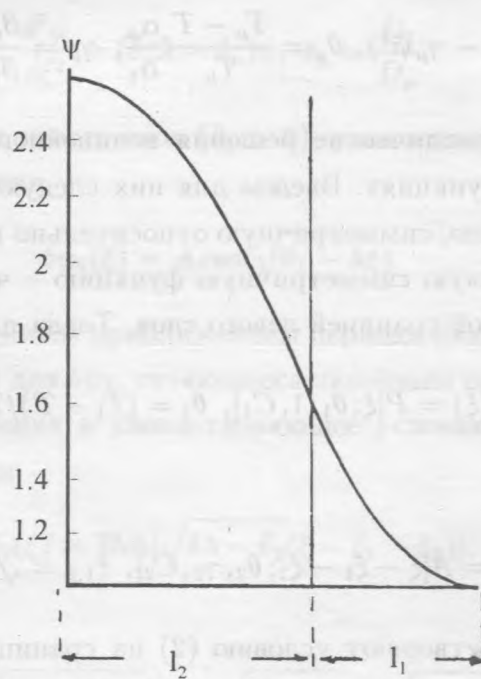


Рис. 2. Качественный вид параметра порядка в двухслойной сверхпроводящей структуре. l_1 — толщина слоя с большей критической температурой (правый слой); l_2 — толщина слоя с меньшей критической температурой (левый слой).

Очевидно, что периодические решения могут удовлетворять условиям на границе с вакуумом с обеих сторон образца конечного размера. Решения же, имеющие вертикальную асимптоту, не могут удовлетворить условиям на границе с вакуумом с обеих сторон образца. Казалось бы, в силу этого обстоятельства они должны быть отброшены, как нефизические. Но если образец будет состоять из двух слоев разных сверхпроводниковых материалов, то асимптотическое решение уже формально нельзя отбросить, так

как на одном краю образца его можно согласовать с вакуумом, а на другом краю оно может быть согласовано с вакуумом через периодическое решение для слоя из другого материала. Идею такого согласования демонстрирует рис. 2.

В дальнейшем будем анализировать такой двухслойный элемент с толщинами слоев l_1 и l_2 . Материалом в слоях будут служить сверхпроводники с различными параметрами, в частности, с различной критической температурой. Параметры материала левого слоя обозначим через $\alpha_1, \beta_1, D_1, T_1$ и по ним осуществим нормировку параметра порядка и координаты. Тогда нормированное уравнение для обоих материалов запишется в общей форме:

$$\frac{d^2\psi}{d\xi^2} = -\psi(\theta_\mu - \gamma_\mu\psi^2), \quad \theta_\mu = \frac{T_\mu - T}{T_\mu} \frac{\alpha_\mu}{\alpha_1}, \quad \gamma_\mu = \frac{\beta_\mu}{\beta_1}, \quad (\mu = 1, 2). \quad (9)$$

Асимптотические и периодические решения нелинейного уравнения (9) не выражаются в элементарных функциях. Введем для них следующие обозначения. Обозначим периодическую функцию, симметричную относительно начала координат, через $P(x; \theta, \gamma, C)$, а асимптотическую симметричную функцию — через $A(x; \theta, \gamma, C)$. Начало координат совместим с левой границей левого слоя. Тогда для левого слоя

$$\psi_1(\xi) = P[\xi; \theta_1, 1, C_1], \quad \theta_1 = (T_1 - T)/T_1, \quad (10)$$

а для правого слоя

$$\psi_2(\xi) = A[\xi - \xi_1 - \xi_2; \theta_2, \gamma_2, C_2], \quad \xi_{1,2} = \sqrt{a_1}l_{1,2}. \quad (11)$$

Решения (10) и (11) удовлетворяют условию (2) на границе с вакуумом. Условия на границе слоев (3) сводятся к соотношениям

$$\frac{d}{d\xi} [P(\xi_1; \theta_1, 1, C_1)] = \frac{d}{d\xi} [A(\xi_2; \theta_2, \gamma_2, C_2)],$$

$$P(\xi_1; \theta_1, 1, C_1) = A(\xi_2; \theta_2, \gamma_2, C_2), \quad (12)$$

определяющим значения C_1 и C_2 через параметры материалов и толщины слоев. Таким образом, находится решение для двуслойной структуры.

Решение $\psi_2^2 = \theta_2$ может существовать лишь при определенной длине слоя 1, когда

$$\frac{d}{d\xi} [P(\xi_1; \theta_1, 1, C_1)] = \frac{d}{d\xi} [P(0; \theta_1, 1, C_1)] = 0; \quad P(\xi_1; \theta_1, 1, C_1) = \theta_2. \quad (13)$$

Наряду с решением, описываемом формулами (10) и (11), существует и нулевое решение. Таким образом, в рассматриваемой слоистой структуре имеет место конкуренция двух решений. Вопрос реализации одного из них определяется их устойчивостью.

Устойчивость решений и критическая температура. Проще всего выяснить устойчивость нулевого решения. Для этого следует использовать нестационарное уравнение (1). В отсутствие магнитного поля будем искать его решение в виде: $\Psi_{1,2}(t, \xi) = e^{\lambda t} \delta\psi_{1,2}(\xi)$, где λ – показатель Ляпунова, определяющий устойчивость режима. Анализ на устойчивость предполагает малость величины $\delta\psi_{1,2}(\xi)$, и мы воспользуемся линеаризованным уравнением (1), нормированным на параметры левого слоя:

$$\frac{d^2\psi}{d\xi^2} = (\delta_\mu\lambda - \theta_\mu)\psi, \quad \delta_\mu = \frac{D_1}{D_\mu}. \quad (14)$$

Решение уравнения (14) для левого слоя ($\theta_1 > 0$), удовлетворяющее условию на левой границе с вакуумом, имеет вид

$$\delta\psi_1(\xi) = A \cos(\sqrt{\theta_1 - \lambda}\xi). \quad (15)$$

При $\lambda = 0$ оно является линейным приближением периодического симметричного решения. Решение уравнения (14) для $\delta\psi_2$, являющееся линейным приближением симметричного асимптотического решения и удовлетворяющее условию на границе с вакуумом справа, дается соотношением

$$\delta\psi_2(\xi) = B \operatorname{ch}[\sqrt{\delta\lambda - \theta_2}(\xi - \xi_1 - \xi_2)]. \quad (16)$$

Тогда, согласно (3),

$$\sqrt{\theta_1 - \lambda} \operatorname{tg}(\sqrt{(\theta_1 - \lambda)a_1l_1}) = \sqrt{\delta\lambda - \theta_2} \operatorname{th}(\sqrt{(\delta\lambda - \theta_2)a_1l_2}). \quad (17)$$

Очевидно, что $\lambda > 0$ означает неустойчивость нулевого решения. Поэтому уравнение

$$\sqrt{\theta_1} \operatorname{tg}(\sqrt{\theta_1}a_1l_1) = \sqrt{-\theta_2} \operatorname{th}(\sqrt{-\theta_2}a_1l_2) \quad (18)$$

определяет соотношение параметров слоев, соответствующее границе неустойчивости нулевого решения. В зависимости от обстоятельств, уравнение (18) может определять: а) общую критическую температуру двуслойного образца; б) толщины образцов, при которых блок в целом имеет заданную критическую температуру; в) критическую температуру правого слоя при заданной температуре левого слоя, если слои термоизолированы друг от друга. Приведем численные примеры, иллюстрирующие эти положения.

1) Температура обоих слоев одинакова. Положим $\sqrt{a_1}l_1 = \sqrt{a_1}l_2 = 1,5$, $T_1 = 100\text{ K}$, $T_2 = 20\text{ K}$, $\alpha_1/\alpha_2 = T_1/T_2$. В этом случае, согласно (18), общая критическая температура образца около 70 K .

2) Слои термоизолированы и изготовлены из одного и того же материала: $T_1 = T_2 = 100\text{ K}$. Левый слой находится при температуре $T = 50\text{ K}$. Положим $\sqrt{a_1}l_1 = \sqrt{a_1}l_2 = 1,5$. В этом случае термоизолированный правый слой будет оставаться в сверхпроводящем состоянии вплоть до температуры $T_c \approx 390\text{ K}$.

Ясно, что определяемые параметры не абсолютно произвольны. Так, общая критическая температура образца не может превышать критическую температуру T_1 ($T_1 > T_2$). При температурной изоляции слоев заданная температура левого слоя должна быть меньше его критической температуры. Но при этом критическая температура правого слоя может быть заметно *выше* критической температуры левого. В принципе, она может превышать комнатную, как это видно из приведенного численного примера. В приведенном примере температура слоев предполагалась различной чисто умозрительно. В реальной ситуации температурная изоляция слоев потребует введения дополнительного промежуточного слоя, присутствие которого может изменить полученные результаты. Поэтому в следующем разделе обсуждается модель трехслойного элемента.

Слоистая структура может быть многослойной периодической. Периодическую структуру можно считать построенной из двухслойных элементов, сочлененных поверхностями слоев одноименных материалов. Возможны два случая: асимптотические функции, описывающие параметр порядка в слоях с меньшей критической температурой, могут быть как симметричными, так и антисимметричными (рис. 3 и 4). При этом параметр порядка в слое с большей критической температурой должен быть всегда симметричным. Антисимметричные асимптотические функции меняют знак при переходе через центр соответствующего слоя. Это фактически означает изменение фазы параметра порядка на π . Поскольку скачок фазы происходит в точке с нулевым значением модуля параметра порядка, то это не приводит к скачкообразному изменению сверхпроводящего тока. Следовательно, в периодической структуре возникает конкуренция двух возможных режимов.

Анализ неустойчивости нулевого значения параметра порядка по отношению к флуктуациям с антисимметричной структурой асимптотического решения аналогичен таковому для симметричной структуры. Нужно лишь в решении для правого слоя гиперболический косинус заменить на гиперболический синус. В результате приходим к

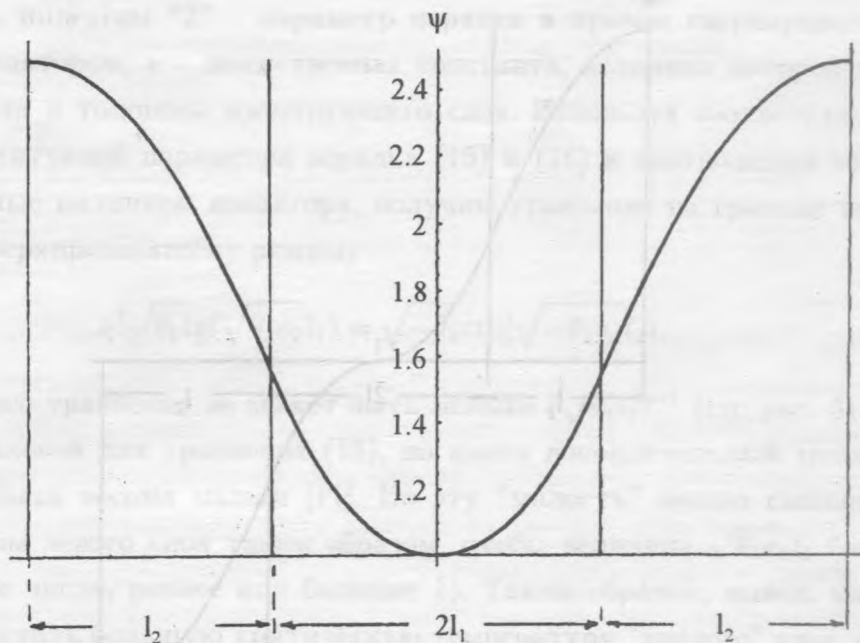


Рис. 3. Периодическая структура, симметричный режим: параметр порядка симметричен относительно центра слоя.

следующему уравнению для показателя Ляпунова λ :

$$\sqrt{\theta_1 - \lambda} \operatorname{tg}(\sqrt{(\theta_1 - \lambda)a_1 l_1}) = \sqrt{\delta\lambda - \theta_2} \operatorname{cth}(\sqrt{(\delta\lambda - \theta_2)a_1 l_2}). \quad (19)$$

Уравнения (17) и (19) имеют одинаковые левые части. На рис. 5 для сравнения представлены функции $\xi \operatorname{th}(\xi)$ и $\xi \operatorname{cth}(\xi)$, являющиеся правыми частями уравнений (17) и (19). Видно, что при заданной левой части корень уравнения (17) ξ_s всегда больше корня уравнения (19) ξ_a . Поэтому показатель Ляпунова для антисимметричных режимов всегда меньше аналогичного показателя для симметричных решений, и последние побеждают во взаимной конкуренции режимов.

Термоизолированные слои. Технология изготовления структур с термоизолированными сверхпроводящими слоями, по-видимому, требует введения промежуточного изолирующего слоя. Такие структуры подобны джозефсоновским контактам, и для их исследования следует применить граничные условия, используемые для описания контактов Джозефсона [8]

$$\frac{d\psi_1}{d\xi} = \nu\psi_2, \quad \frac{d\psi_2}{d\xi} = \nu\psi_1. \quad (20)$$

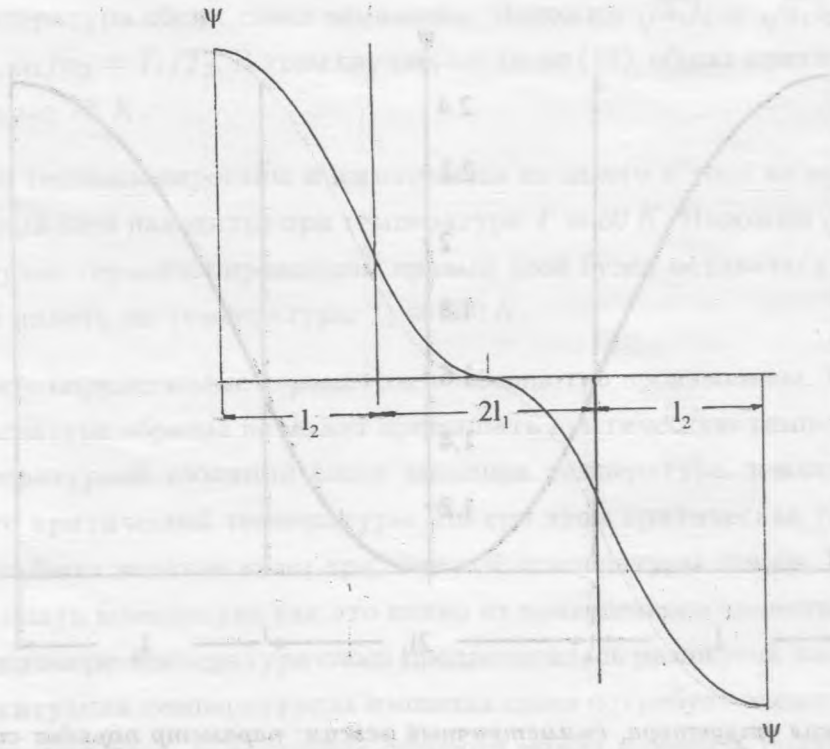


Рис. 4. Периодическая структура, антисимметричный режим: параметр порядка в слое с меньшей критической температурой антисимметричен относительно центра слоя.

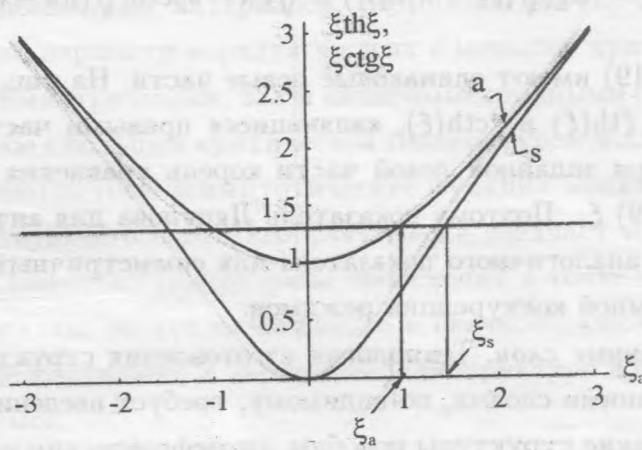


Рис. 5. Графики правых частей: s – уравнения (18) и a – уравнения (19).

Индексом "1" обозначен параметр порядка в левом сверхпроводящем слое на грани-

це с изолятором, индексом "2" – параметр порядка в правом сверхпроводящем слое на границе с изолятором; ν – вещественная константа, величина которой зависит от свойств материала и толщины изолирующего слоя. Используя соответствующие выражения для флуктуаций параметра порядка (15) и (16) и соотношения между ними (20), обусловленные наличием изолятора, получим уравнение на границе перехода от нормального к сверхпроводящему режиму

$$\nu^2 \sqrt{\theta_1} \operatorname{tg}(\sqrt{\theta_1 a_1 l_1}) = \sqrt{-\theta_2} \operatorname{cth}(\sqrt{-\theta_2 a_1 l_2}). \quad (21)$$

Правая часть этого уравнения не может быть меньше $(\sqrt{a_1 l_2})^{-1}$ (см. рис. 5). Левая же часть подобна таковой для уравнения (18), но имеет дополнительный множитель ν^2 , который может быть весьма малым [11]. Но эту "малость" можно скомпенсировать подбором толщины левого слоя таким образом, чтобы величина $\sqrt{\theta_1 a_1 l_1}$ была близка к $n\pi/2$ (n – целое число, равное или большее 1). Таким образом, вывод, касающийся возможности получить большую критическую температуру "теплого" слоя, остается в силе.

В периодической структуре, составленной из трехслойных элементов (два сверхпроводящих слоя и изолятор между ними), будет выживать антисимметричная конфигурация параметра порядка, а средняя критическая температура такой структуры будет определяться уравнением (18).

Структуры цилиндрической и сферической формы. Слоистые структуры могут иметь цилиндрическую или шаровую геометрию: цилиндр (шар) из одного материала вставлен в полый цилиндр (шар) другого. Определение параметров такого рода сверхпроводниковых структур по своей идее аналогично таковому для плоских слоев, лишь только вторая производная в уравнении (9) должна быть заменена на лапласиан в цилиндрической или сферической системе координат. Таким образом, для цилиндрического изотропного случая имеем

$$\frac{d^2 \psi}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{d\psi}{d\xi} + (\theta - \psi^2)\psi = 0. \quad (22)$$

Аналогично для сферического изотропного случая приходим к уравнению

$$\frac{d^2 \psi}{d\xi^2} + \frac{2}{\xi} \frac{d\psi}{d\xi} + (\theta - \psi^2)\psi = 0. \quad (23)$$

В уравнениях (22) и (23) ξ следует рассматривать как нормированную радиальную координату.

Т а б л и ц а 2

Положение асимптот в зависимости от $\psi(0)$

$\psi(0)$	1,1	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
$\xi_{A,c}$	3,119	1,758	1,223	0,950	0,780	0,663	0,577	0,511	0,458
$\xi_{A,sp}$	3,513	1,991	1,386	1,078	0,885	0,752	0,654	0,579	0,520

В таблице 2 приведены положения асимптот для цилиндрического и сферического случая. Сравнение с соответствующими значениями для плоского слоя показывает, что в случае цилиндрической и сферической геометрии асимптота удалена дальше от начала координат, чем в плоском случае. Значит, при радиусе, равном линейному размеру слоя, допустимые значения параметра порядка в случае цилиндрической и сферической геометрии выше, чем в плоском случае.

Для определения границы неустойчивости нулевого решения необходимо исследовать линеаризованное уравнение

$$\frac{d^2 \delta \psi}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{d\delta \psi}{d\xi} + \theta_\mu \delta \psi = 0 \quad (24)$$

для цилиндрического случая, и линеаризованное уравнение

$$\frac{d^2 \delta \psi}{d\xi^2} + \frac{2}{\xi} \frac{d\delta \psi}{d\xi} + \theta_\mu \delta \psi = 0 \quad (25)$$

для сферического.

Как известно [16, 17], решением (24) являются функция Бесселя первого и второго рода нулевого порядка $J_0(\sqrt{\theta_{1,2}}\xi)$ и $Y_0(\sqrt{\theta_{1,2}}\xi)$. Решение уравнения (25) выражается через функцию Бесселя полуцелого индекса: $(1/\sqrt{\xi})J_{\pm 1/2}(\sqrt{\theta_{1,2}}\xi)$, причем $J_{-1/2}(z) = \sqrt{2/\pi z} \cos z$, $J_{1/2}(z) = \sqrt{2/\pi z} \sin z$ [17].

Рассмотрим цилиндрический случай. Расположим материал с меньшей критической температурой внутри цилиндра. В этом случае линейным приближением для асимптотического решения является функция Бесселя первого рода мнимого аргумента $J_0(i\sqrt{|\theta_2|}\xi)$, так как $\theta_2 < 0$. Функция Бесселя второго рода не годится в качестве решения, так как она имеет в нуле особенность. В качестве решения для внешнего цилиндрического слоя следует взять линейную комбинацию

$$L_0(\sqrt{\theta_1}\xi; \eta) = J_0(\sqrt{\theta_1}\xi) + \eta Y_0(\sqrt{\theta_1}\xi), \quad (26)$$

где η – постоянная. Значение η находится из условия на границе с вакуумом

$$[L_1(\sqrt{\theta_1}\xi_2)]_{\xi} \equiv \sqrt{\theta_1}J_1(\sqrt{\theta_1}\xi_2) + \eta\sqrt{\theta_1}Y_1(\sqrt{\theta_1}\xi_2) = 0 \quad (27)$$

или

$$\eta = -\sqrt{\theta_1}J_1(\sqrt{\theta_1}\xi_2)/\sqrt{\theta_1}Y_1(\sqrt{\theta_1}\xi_2). \quad (28)$$

Тогда условие согласования решений в точке ξ_1 принимает вид

$$\frac{i\sqrt{|\theta_2|}J_1(i\sqrt{|\theta_2|}a_1\rho_1)}{J_0(i\sqrt{|\theta_2|}a_1\rho_1)} = \frac{\sqrt{\theta_1}L_1(\sqrt{\theta_1}a_1\rho_1; \eta)}{L_0(\sqrt{\theta_1}a_1\rho_1; \eta)}, \quad (29)$$

где ρ_1, ρ_2 – внутренний и внешний радиусы цилиндрического образца.

Для сферической геометрии уравнение, эквивалентное (29), имеет форму

$$\sqrt{|\theta_2|}\text{th}(\sqrt{|\theta_2|}a_1r_1) + \frac{1}{a_1r_1} = \frac{\sqrt{\theta_1}[S(\sqrt{\theta_1}a_1r_1)]'_{\xi}}{S(\sqrt{\theta_1}a_1r_1)}, \quad (30)$$

где

$$S(\sqrt{\theta_1}\xi; \eta) = \frac{1}{\sqrt{\xi}} \cos(\sqrt{\theta_1}\xi) + \frac{\eta}{\sqrt{\xi}} \sin(\sqrt{\theta_1}\xi); \quad \eta = \frac{1 + 2\sqrt{\theta_1}\xi_2 \text{tg}(\sqrt{\theta_1}\xi_2)}{2\sqrt{\theta_1}\xi_2 - \text{tg}(\sqrt{\theta_1}\xi_2)}, \quad (31)$$

r_1, r_2 – внутренний и внешний радиусы сферического образца.

Соотношения (29) и (30) эквивалентны уравнению (18) для плоской геометрии. Из них качественно вытекают те же следствия, что и из (18).

Для создания сверхпроводниковых слоистых элементов цилиндрической и сферической геометрии можно попытаться использовать углеродные нанотрубки и нанополые фуллерены C_{60} .

Обсуждение результатов. В области нулевого значения параметра порядка могут играть существенную роль его флуктуации. Поэтому при анализе на устойчивость нулевого решения следовало бы пользоваться, строго говоря, уравнениями ГЛ, обобщенными на флуктуационную область [2]. В линейном приближении обобщенные уравнения ГЛ отличаются от уравнения (1) заменой коэффициента θ на коэффициент $\theta|\theta|^{1/3}$. Можно убедиться, что это качественно не меняет вышеприведенных результатов.

Таким образом, в слоистой сверхпроводниковой структуре может происходить своего рода инициирование параметра порядка в слое, температура которого выше критической температуры соответствующего материала. Иницирование вызывается параметром порядка в соседнем слое, температура которого ниже критической.

Интересен сверхпроводящий режим в системе термоизолированных слоев. Но реализовать на опыте такой режим в его идеальной форме – трудная экспериментальная

задача. В связи с этим представляет интерес рассмотрение сверхпроводящего режима в образце с переменной по образцу температурой.

Очевидно, что особенности двухслойных и многослойных структур не исчерпываются вышесказанным. Безусловно, интересны нестационарные режимы в слоистых структурах. Для их изучения необходимо привлечь систему уравнений, учитывающую не только динамику параметра порядка сверхпроводящего Бозе-конденсата, но и связанную с ней динамику свободных квазичастиц [18].

Автор признателен Э. М. Беленову (ныне покойному), с которым он неоднократно обсуждал проблему сверхпроводимости в слоистых структурах. Автор благодарен А. Ф. Андрееву, Л. В. Келдышу, Д. А. Киржницу (ныне покойному), А. И. Головашкину, В. Ф. Елесину, Ю. В. Копаеву и Г. Ф. Жаркову за дискуссии по вопросам физики сверхпроводящего состояния.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Булаевский Л. Н. УФН, **116**, 449 (1975).
- [2] Булаевский Л. Н., Гинзбург В. Л., Собянин А. А. ЖЭТФ, **94**, 355 (1988).
- [3] Lowndes D. H., Norton D. P., and Budai G. D. Phys. Rev. Lett., **65**, 1160 (1990).
- [4] Беленов Э. М., Назаркин А. В., Ушаповский В. А. ЖЭТФ, **100**, 762 (1991).
- [5] Ораевский А. Н. ЖЭТФ, **101**, 1347 (1992).
- [6] Гинзбург В. Л., Ландау Л. Д. ЖЭТФ, **20**, 1064 (1950).
- [7] Горьков Л. П., Элиашберг Г. М. ЖЭТФ, **54**, 612 (1968).
- [8] Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Статистическая физика, часть II. Наука, Москва, 1978.
- [9] Горьков Л. П., Элиашберг Г. М. ЖЭТФ, **55**, 2431 (1968).
- [10] Абрикосов А. А. ЖЭТФ, **32**, 1442 (1957).
- [11] Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов. Мир, Москва, 1968.
- [12] Тинкхам М. Введение в сверхпроводимость. Атомиздат, Москва, 1980.
- [13] Елесин В. Ф., Копаев Ю. В. УФН, **133**, вып. 2, 259 (1981).
- [14] Гуляев А. М., Жарков Г. Ф. Сверхпроводники во внешних полях. Наука, М., 1990.

- [15] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика (нерелятивистская теория). Наука, Москва, 1974.
- [16] Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Физматгиз, Москва, 1963.
- [17] Коренцов Б. Г. Введение в теорию бесселевых функций. Наука, Москва, 1971.
- [18] Ораевский А. Н. ЖЭТФ, **103**, вып. 3, 480 (1993).

Поступила в редакцию 25 сентября 1998 г.