Краткие сообщения по физике № 9 1981

О КВАНТОВОМ ИСПАРЕНИИ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ

А. И. Жук, В. П. Фролов

УДК 530.12:530.145:531.51

Рассмотрен вопрос о влиянии внешних статических гравитационного и электрического полей на квантовое излучение невращающейся черной дыры.

Цель настоящей статьи состоит в обсуждении вопроса: каким образом статическое внешнее поле влияет на характеристики квантового излучения черной дыры? Для этого мы рассмотрим сначала простейший случай, когда заряженная черная дыра (с зарядом Q_{BH} и массой M_{BH}) окружена статической сферической тонкой массивной заряженной (с зарядом $Q - Q_{BH}$) оболочкой. Пусть масса этой системы, измеренная на бесконечности, есть M, тогда метрику можно записать в виде

$$ds^2 = -F(r)dv^2 + 2H(r)dvdr + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \qquad (1)$$

где

$$F(r) = \begin{cases} \left(1 - \dfrac{2M_{BH}}{r} + \dfrac{Q_{BH}^2}{r^2}\right)A, & r < r_o \\ \left(1 - \dfrac{2M}{r} + \dfrac{Q^2}{r^2}\right), & r > r_o, \end{cases} \qquad (2)$$

$$H(r) = \sqrt{A} + (1 - \sqrt{A})\theta(r - r_o),$$

$$A = \left(1 - \frac{2M}{r_o} + \frac{Q^2}{r_o^2}\right)\Bigg/\left(1 - \frac{2M_{BH}}{r_o} + \frac{Q_{BH}^2}{r_o^2}\right).$$

Уравнение $v = const$ описывает входящий радиальный световой луч, причем опережающее время v выбрано так, чтобы на бесконечности (на J^-) оно совпадало с $t + r$, где t — шварцшильдовское время.

Согласно общему определению, поверхностная гравитация статической черной дыры $\varkappa$ находится из соотношения /I/:

$$(\xi^\alpha{}_{;\beta}\xi^\beta - \varkappa\xi^\alpha)_{\vec{\xi}^2=0} = 0, \qquad (3)$$

где $\xi^\alpha\partial_\alpha = \partial_v$ — векторное поле Киллинга. Так как $\xi^\alpha{}_{;\beta}\xi^\beta = \Gamma^v_{vv}\delta^\alpha_v$ и горизонт событий, определяемый условием $\vec{\xi}^2 = 0$, расположен при $r = r_+ = M_{BH} + \sqrt{M^2_{BH} - Q^2_{BH}}$, то имеем

$$\varkappa = \Gamma^v_{vv}\Big|_{r=r_+} = (1/2\sqrt{A})(\partial_r F)_{r=r_+} = \sqrt{A}\varkappa_{BH}, \qquad (4)$$

где $\varkappa_{BH}$ — невозмущенное (т.е. в случае, когда оболочка отсутствует) значение поверхностной гравитации $\varkappa_{BH} = \sqrt{M^2_{BH} - Q^2_{BH}}/(M_{BH} + \sqrt{M^2_{BH} - Q^2_{BH}})^2$.

Если запаздывающее время u выбрать таким образом, что на J^+ $\xi^\alpha\partial_\alpha = \partial_u$, то используя (I), можно показать, что испущенные при больших значениях u в прошлое радиальные световые лучи, проходя через коллапсирующее тело, выйдут на J^- при значении v, таком, что $u = -(1/\varkappa)\ln(v_0 - v) + u_0$. Поэтому, используя эту связь для вычисления матричного элемента рождения пары черной дырой, воспроизводим результат Хокинга /2/, при этом роль температуры излучения черной дыры будет играть величина $\varkappa/2\pi$.

Заметим, что полученный результат находится в полном соответствии с термодинамической аналогией физики черных дыр, развитой в работах /I,3-5/. Действительно, поместим черную дыру в термостат больших размеров $(r \to \infty)$ с газом, находящимся в термодинамическом равновесии. Тогда эта дыра будет находиться в (неустойчивом) равновесии с излучением, температура которого на бесконечности равна $\varkappa_{BH}$. Используя известную формулу термодинамики /6/, определяющую локальную равновесную температуру системы, находящейся во внешнем поле, легко показать, что в любой точке на расстоянии $r = r_0$ температура газа равна $\varkappa_{BH}(1 - 2M_{BH}/r_0 + Q^2_{BH}/r^2_0)^{-1/2}$. Поместим теперь при $r = r_0$ заряженную массивную оболочку прозрачную для равновесного излучения. Состояние равновесия внутри оболочки не нарушится, так как там на газ не действуют никакие силы. Условие термодинамического равновесия этой системы в термостате (в частности, равенство температур внутри и вне оболочки) приводит к тому, что температура газа на бесконечности будет в точности равна $\varkappa = \sqrt{A}\varkappa_{BH}$.

Заметим, что в случае $Q = Q_{BH} = 0$ и $r_0 \gg M$, $\varkappa = (1 + \varphi)\varkappa_{BH}$, где $\varphi = -(M - M_{BH})/r_0$ – есть гравитационный потенциал, создаваемый массой оболочки.

Проводя аналогичные рассмотрения, для рождения заряженных частиц, можно убедиться, что вероятность рождения частицы с зарядом $+e$ вне черной дыры пропорциональна $[\exp(2\pi/\varkappa)(\omega - e\Phi) - 1]^{-1}$, где $\Phi = \Phi_{BH} + \Delta\Phi$, $\Phi_{BH} = Q_{BH}/r_+$ – потенциал заряженной черной дыры и $\Delta\Phi = (Q - Q_{BH})/r_0$ – дополнительный потенциал, создаваемый заряженной оболочкой.

Проведенное рассмотрение указывает, в частности, на то, что помещая вне незаряженной черной дыры любое статическое распределение вещества, мы будем уменьшать температуру ее квантового излучения. Помещение электрического положительного заряда в окрестности нейтральной черной дыры индуцирует на последней электрический потенциал и тем самым приводит к более интенсивному излучению отрицательно заряженных частиц, в результате чего черная дыра приобретает положительный заряд.

Поступила в редакцию
20 апреля 1981 г.

Литература

1. J. M. Bardeen, B. Carter, S. W. Hawking, Commun. Math. Phys., 31, 161 (1973).
2. S. W. Hawking, Commun. Math. Phys., 43, 199 (1975).
3. J. D. Bekenstein, Phys. Rev., D7, 949 (1973).
4. J. D. Bekenstein, Phys. Rev., D7, 2333 (1973).

5. J. D. Bekenstein, Phys. Rev., D9, 3292 (1974).

6. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Статистическая физика, часть I, "Наука", М., 1976 г.