Краткие сообщения по физике № 9 1981

АМПЛИТУДЫ ФОТОРОЖДЕНИЯ ПИОНОВ В РЕЗОНАНСНОЕ P_{33}-СОСТОЯНИЕ

Б. В. Мангазеев

УДК 539.12

Метод паде-приближений применяется для вычисления резонансной амплитуды фоторождения пионов $M_{1+}^{3/2}$ на основе дисперсионных соотношений и условия унитарности. Для обсуждения амплитуд фоторождения $M_{1+}^{3/2}$ и $E_{1+}^{3/2}$ в области энергий фотовозбуждения второго резонанса привлекается экспериментальная информация.

Метод паде-приближений /1/ привлекает все большее внимание при решении различных задач теории сильных взаимодействий /2/. Так как паде-приближения, в отличие от ряда Тейлора, аппроксимируют аналитические функции с широким классом особенностей, с помощью паде-приближений можно эффективно суммировать ряды, построенные по вкладу сильного взаимодействия. Паде-приближения позволяют в принципе восстановить полюса S-матрицы и, таким образом, описать резонансные состояния систем сильновзаимодействующих частиц. В работе /3/ было предложено использовать метод паде-приближений для вычисления амплитуд фоторождения пионов на нуклонах с помощью дисперсионных соотношений и условия унитарности. Представляет интерес рассмотреть дисперсионные соотношения для амплитуд фоторождения в резонансное P_{33}-состояние – $M_{1+}^{3/2}$ и $E_{1+}^{3/2}$. Они отделяются от остальной системы дисперсионных соотношений для мультипольных амплитуд и могут быть записаны в виде

$$\mathrm{Re}\, M_{1+}^{3/2}(w) = M_{1+}^{3/2\ B}(w) + \frac{1}{\pi}\int\limits_{M+m_\pi}^{\infty} K_{MM}(w,w')\,\mathrm{Im}\, M_{1+}^{3/2}(w')\,dw', \quad (\mathrm{I})$$

$$\mathrm{Re}\, E_{1+}^{3/2}(w) = E_{1+}^{3/2\ B}(w) + \frac{1}{\pi}\int\limits_{M+m_\pi}^{\infty} \Big[K_{EE}(w,w')\,\mathrm{Im}\, E_{1+}^{3/2}(w') + K_{EM}(w,w')\,\mathrm{Im}\, M_{1+}^{3/2}(w')\Big]. \quad (2)$$

В (I) и (2) вкладом мнимых частей нерезонансных амплитуд в дисперсионные интегралы пренебрегается ввиду его малости (в частности, в (I) опущен вклад амплитуды $E_{1+}^{3/2}$, которая мала по сравнению с доминирующей резонансной амплитудой $M_{1+}^{3/2}$); K_{MM}, K_{EE}, K_{EM} – известные кинематические функции, индекс B обозначает борновскую часть амплитуды, w – полная энергия в системе центра масс, M и m_π – массы нуклона и пиона ($\hbar = c = 1$), интегралы берутся в смысле главного значения.

Будем решать вначале соотношение (I) итерациями, используя условие двухчастичной унитарности, связывающее мнимую и реальную части $M_{1+}^{3/2}$:

$$\mathrm{Im}\, M_{1+}^{3/2}(w) = \mathrm{Re}\, M_{1+}^{3/2}(w)\,\mathrm{tg}\,\delta_{33}(w), \quad (3)$$

где δ_{33} – фаза πN-рассеяния в P_{33}-состоянии (для $E_{1+}^{3/2}$ соотношение аналогично). В качестве первого приближения итерационной процедуры выберем борновскую часть $M_{1+}^{3/2\ B}$ амплитуды. Итерационный ряд записывается в виде

$$M_{1+}^{3/2} = (M_{1+}^{3/2})^{\mathrm{I}} + (M_{1+}^{3/2})^{\mathrm{II}} + (M_{1+}^{3/2})^{\mathrm{III}} + \dots, \quad (4)$$

где

$$\mathrm{Re}(M_{1+}^{3/2})^{\mathrm{I}} = (M_{1+}^{3/2})^{B},\quad \mathrm{Re}(M_{1+}^{3/2})^{\mathrm{II}} = \frac{1}{\pi}\int\limits_{M+m_\pi}^{\infty} K_{MM}\,\mathrm{Im}(M_{1+}^{3/2})^{\mathrm{II}}\,dw', \dots \quad (5)$$

$$\mathrm{Im}(M_{1+}^{3/2})^{\mathrm{I}} = 0,\quad \mathrm{Im}(M_{1+}^{3/2})^{\mathrm{II}} = \mathrm{Re}(M_{1+}^{3/2})^{\mathrm{I}}\,\mathrm{tg}\,\delta_{33}, \dots$$

Для эффективного суммирования ряда (4) воспользуемся паде-приближением. Вычисления с помощью низшего [0,I] паде-приближения

$$M^{3/2}_{1+[0,1]} = \frac{\left[(M^{3/2}_{1+})^{I}\right]^2}{(M^{3/2}_{1+})^{I} - (M^{3/2}_{1+})^{II}} \tag{6}$$

показывают, что для $M^{3/2}_{1+}$ получается резонансноподобное поведение /4/, однако согласия с экспериментальными значениями нет. Проведенный расчет показал, что более высокое [I,I] паде-приближение

$$M^{3/2}_{1+[1,1]} = (M^{3/2}_{1+})^{I} + \frac{\left[(M^{3/2}_{1+})^{II}\right]^2}{(M^{3/2}_{1+})^{II} - (M^{3/2}_{1+})^{III}} \tag{7}$$

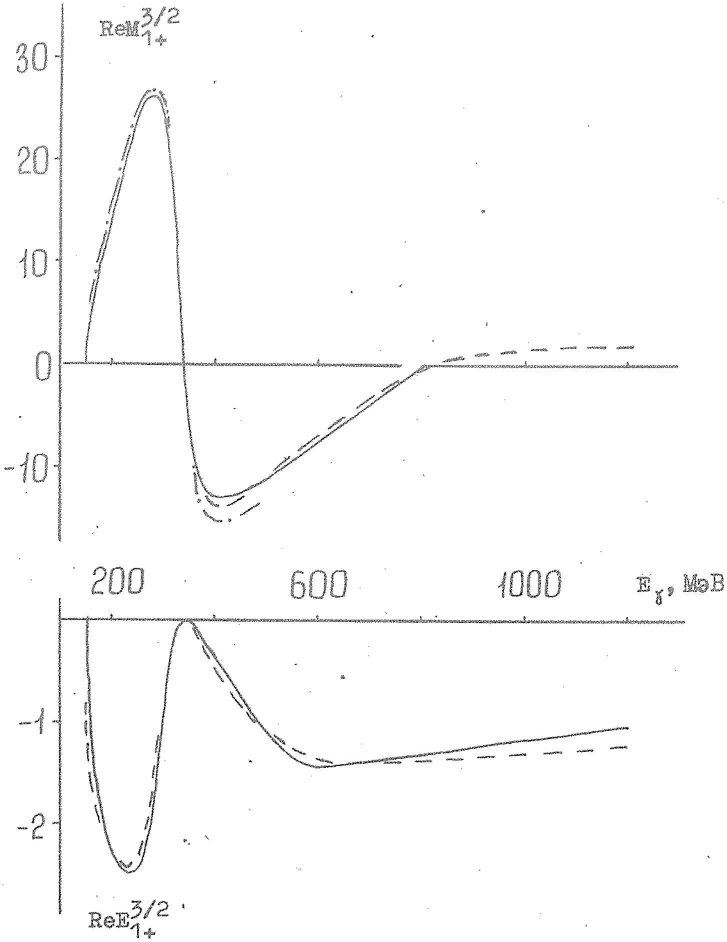
несущественно отличается от низшего паде-приближения (6). Следует отметить, что условие унитарности (3) превращает соотношение (I) в уравнение типа Мусхелишвили - Омнеса, а соответствующее однородное уравнение из-за условия $\delta_{33} \to \pi$ при $w \to \infty$ имеет ненулевое общее решение /5/:

$$M^{3/2}_{1+}{}^{h}(w) = \rho(w)\exp\left\{\frac{w}{\pi}\int\limits_{M+m_\pi}^{\infty} \frac{\delta_{33}(w')dw'}{w'(w' - w - i\varepsilon)}\right\}, \tag{8}$$

$\rho(w)$ - несингулярный кинематический фактор. Поэтому $M^{3/2}_{1+[0,1]}$ можно рассматривать как частное решение для $M^{3/2}_{1+}$, и получить полное решение для $M^{3/2}_{1+}$, добавив к $M^{3/2}_{1+[0,1]}$ общее решение (8) однородного уравнения, умноженное на произвольную константу C:

$$M^{3/2}_{1+} = M^{3/2}_{1+[0,1]} + CM^{3/2}_{1+}{}^{h}. \tag{9}$$

Константа C в (9) была найдена в настоящей работе из условия равенства максимума $\mathrm{Re}\, M^{3/2}_{1+}$ экспериментальному значению, даваемому мультипольными анализами (бралось $\mathrm{Re}\, M^{3/2}_{1+\,max} = 26{,}4\cdot 10^{-3}\hbar/m_\pi c$ при энергии фотона в лабораторной системе $E_\gamma = 270$ МэВ, при этом $C = 5{,}I\cdot IO^{-5}$).



Р и с. I. Амплитуды $M_{1+}^{3/2}$ и $E_{1+}^{3/2}$. Сплошная кривая – интерполяция экспериментальных данных, штрих-пунктирная – результат вычислений для $M_{1+}^{3/2}$ по формуле (9), пунктирная – результат подстановки экспериментальных данных по $\mathrm{Im}\, M_{1+}^{3/2}$ и $\mathrm{Im}\, E_{1+}^{3/2}$ в соотношения (I), (2) Как видно из рис. I, в низшем паде-приближении, вводя один подгоночный параметр, удается воспроизвести характерное резонансное поведение $M_{1+}^{3/2}$ и удовлетворительно описать экспериментальные данные вплоть до энергий $E_\gamma \simeq 400$ МэВ.

Для малой амплитуды $E_{1+}^{3/2}$ существенный вклад в дисперсионный интеграл в (2) дает $\operatorname{Im} M_{1+}^{3/2}$, поэтому паде-приближение для нее нужно модифицировать с учетом этого факта так же, как и для остальных нерезонансных амплитуд /8/. Следует отметить, что не только доминирующая амплитуда $M_{1+}^{3/2}$, но и амплитуда $E_{1+}^{3/2}$ в настоящее время с хорошей точностью известна из эксперимента /6,7/. Интересно проверить, насколько согласуются эти данные с соотношениями (I) и (2). Подстановка в (I) и (2) экспериментальных значений $\operatorname{Im} M_{1+}^{3/2}$ и $\operatorname{Im} E_{1+}^{3/2}$ (они находятся с помощью экспериментальных данных по $\operatorname{Re} M_{1+}^{3/2}$ и $\operatorname{Re} E_{1+}^{3/2}$ и условия унитарности (3)) приводит к хорошему воспроизведению данных по $\operatorname{Re} M_{1+}^{3/2}$ и $\operatorname{Re} E_{1+}^{3/2}$ /9/ (см. рис. I). В частности, воспроизводятся характерные черты амплитуд: двукратное прохождение через нуль $\operatorname{Re} M_{1+}^{3/2}$ при $E_\gamma \simeq 340$ МэВ и $E_\gamma \simeq 800$ МэВ (КДД-нуль) и касание $\operatorname{Re} E_{1+}^{3/2}$ оси энергии (двойной нуль) при резонансной энергии $E_\gamma \simeq 340$ МэВ.

Таким образом, в рамках теории дисперсионных соотношений применение метода паде-приближений позволяет описать доминирующую резонансную амплитуду $M_{1+}^{3/2}$ вплоть до энергий $E_\gamma \simeq 400$ МэВ (т.е. первый резонас в фоторождении). Прямая проверка показывает, что экспериментально найденные значения амплитуд фоторождения в резонансное P_{33}-состояние - $M_{1+}^{3/2}$ и $E_{1+}^{3/2}$ хорошо согласуются с дисперсионными соотношениями в области энергий от порога до 800 МэВ.

Поступила в редакцию
23 апреля I98I г.

Литература

1. G. A. Baker, Essentials of Pade Approximants, New-York, Acad. Press, 1975.
2. J. L. Basdevant, Fort. der Physik, 120, 283 (1972).
3. А. И. Лебедев, Б. В. Мангазеев, Л. В. Фильков, Краткие сообщения по физике ФИАН № I2, 28 (I979).

4. A. I. Lebedev, B. V. Mangazeev, Acta Physica Polonica, B11, 537 (1980).
5. P. Schwela, R. Weitel, Z. Physik, 221, 71 (1969).
6. F. A. Berends, A. Donnachie, Nucl. Phys., B84, 342 (1975).
7. F. A. Berends, A. Donnachie, Nucl. Phys., B136, 317 (1978).
8. А. И. Лебедев, Б. В. Мангазеев, ЯФ, 32, I43I (I980).
9. Б. В. Мангазеев, Сб. Вопросы атомной науки и техники. Сер. Общая и ядерная физика, вып. 4 (I0), I4 (I979).